

# **Metodologia Cetip de Marcação a Mercado.**



**cetip**

**Versão: 09/02/2017**

**Índice**

INTRODUÇÃO .....	4
Princípios do cálculo de Marcação a Mercado (MaM) .....	5
Visão do Processo.....	6
Coleta de Dados de Mercado.....	6
Tratamento e Validação dos Preços Coletados.....	7
Controle e Supervisão da Metodologia.....	7
MOEDAS .....	8
Dólar .....	8
Demais Moedas.....	8
CURVA DE JUROS.....	8
Estrutura a termo da taxa de juros em Reais.....	8
Cupom Cambial .....	9
Curvas de Juros Indexadas em Outras Moedas .....	11
Curva de IGPM.....	12
Curva de IPCA.....	13
Curvas de INPC e IGP-DI .....	14
Curva de TR .....	14
Spread de Títulos Públicos .....	15
Curvas de Crescimento de Commodities .....	16
Superfície de Volatilidade do Dólar.....	16
Demais Volatilidades.....	17
TÍTULOS PÚBLICOS .....	18
TÍTULOS PRIVADOS .....	18
Certificados de Depósito Bancário (CDB).....	18
Debêntures.....	21
Depósitos Interfinanceiros (DIs).....	25
Letras Financeiras (LFs) .....	26

DERIVATIVOS.....	26
Contratos a Termo (Forwards).....	26
Termo de Moedas.....	27
Termo de Commodities.....	31
Termo de Índice.....	32
Termo Asiático.....	33
Termo com Fluxo.....	34
Swaps.....	35
Swap Pagamento Final.....	35
Swap com Fluxo.....	36
Swap a Termo.....	41
Swaps com Terceira Curva.....	42
Swap com Opção de Arrependimento.....	45
Swaps com Limitador.....	45
Swap de taxa de juros com fator limitador.....	47
Swaps com Opção de Arrependimento e Limitador.....	47
Swaps com Reset.....	50
Opções Flexíveis.....	51
Opções Flexíveis de Índice.....	52
Opções Flexíveis de Moeda.....	52
Box (Estratégia de Renda Fixa).....	53
CONTRATOS OBJETO DE MARCAÇÃO A MERCADO PELA CETIP.....	55
Anexo - MODELOS DE APREÇAMENTO DE OPÇÕES.....	59
BLACK - SCHOLES.....	59
BARONE-ADESI e WHALEY.....	60
TURNBULL e WAKEMAN.....	61
REINER e RUBINSTEIN.....	62

A Cetip disponibilizou ao mercado a funcionalidade de indicação de Agente de Cálculo para operações de derivativos e para garantias a eles vinculadas, podendo o Agente ser uma das partes do contrato ou um terceiro, até mesmo a Cetip. Assim, surgiu a necessidade de criação de uma estrutura para cálculo de valores de marcação a mercado desses ativos. Para alcançar esse objetivo, a Cetip fez uma parceria com a Algorithmics, uma das empresas líderes globais em soluções para gestão de riscos, com mais de 20 anos de atuação no mercado. Sediada no Canadá e com 22 escritórios regionais, a empresa atende a mais de 300 clientes, dentre eles grandes instituições financeiras com atuação internacional. Desde 2005 é integrante do Fitch Group.

O projeto da Cetip com a Algorithmics contempla, inicialmente, o cálculo do valor de mercado (*Marcação a Mercado- MaM*) de derivativos e garantias a eles vinculadas e, posteriormente, o cálculo de risco desses instrumentos financeiros. Conseqüentemente, a elaboração de um Manual de Marcação a Mercado se tornou imprescindível.

O manual tem como objetivo descrever as metodologias de cálculo dos valores para os contratos de derivativos e para as garantias que serão usados quando a Cetip for indicada como Agente de Cálculo. Numa primeira fase, a Cetip está precificando os contratos de derivativos com os indexadores mais usados pelo mercado financeiro. Futuramente, outras modalidades de operações serão incorporadas de tal forma que se tenha a maior cobertura possível. Também serão objetos de cálculo os títulos mais comumente utilizados em garantia: títulos públicos federais, CDBs, DI e Debêntures.

O manual apresenta também os princípios do cálculo de marcação a mercado, a descrição do processo de coleta de dados de mercado e do tratamento adotado. Finalmente, é descrito o procedimento metodológico de apreçamento para ativos em garantia e para os derivativos, detalhando as principais práticas adotadas.

### Princípios do cálculo de Marcação a Mercado (MaM)

A marcação a mercado (MaM) tem como principal objetivo a identificação dos verdadeiros valores dos ativos, ou seja, a obtenção do valor de um ativo pelo qual ele poderia ser negociado no mercado, utilizando-se modelos matemáticos para esse fim.

Visando seguir as melhores práticas de mercado, a Cetip adota os seguintes princípios da realização dos cálculos:

I. A Cetip calcula os valores para os derivativos que utilizam os indexadores mais tradicionais do mercado, envolvendo contratos de SWAPs, Opções e Termo. Dentre os que podem ser oferecidos em garantia calculam-se os valores para Títulos Públicos Federais custodiados no SELIC, CDBs, DIs e Debêntures;

II. A Cetip emprega no processo de cálculo modelos matemáticos universalmente utilizados, ou, modelos próprios visando o atendimento das especificidades dos ativos ou contratos;

III. O critério preponderante do processo de escolha de metodologia, fontes de dados e/ou qualquer decisão que envolva a realização dos cálculos do valor de mercado será o tratamento equitativo dos parâmetros aplicados;

IV. A marcação a mercado será realizada diariamente;

VI. As informações de preços e/ou fatores a serem utilizados no processo serão obtidas preferencialmente de fontes externas e independentes;

VII. Um mesmo ativo apresentará, necessariamente, o mesmo preço em qualquer uma das cestas de garantias de que fizer parte;

VIII. As metodologias adotadas pela Cetip estão detalhadas neste manual que está disponível no website ([www.cetip.com.br](http://www.cetip.com.br));

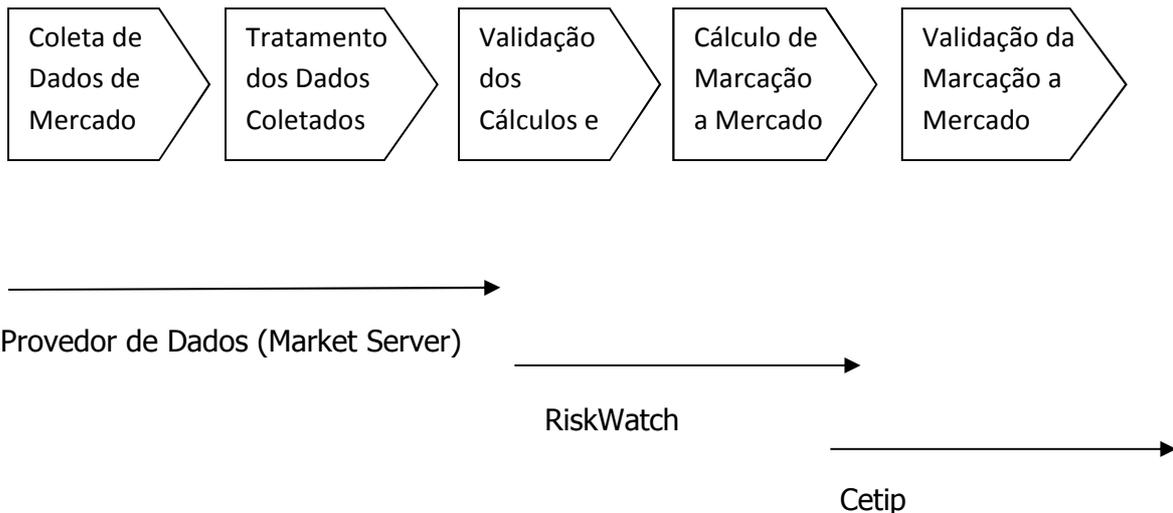
IX. As metodologias adotadas pela Cetip buscarão seguir as melhores práticas de mercado;

X. Aquele que eleger a Cetip como Agente de Cálculo deverá formalizar um Termo de Adesão a este manual, concordando com a metodologia aplicada pela Cetip, e aqui detalhada;

### Visão do Processo

Para realização dos cálculos de marcação a mercado foram mapeados todos os processos tanto do lado dos contratos registrados como do lado dos dados de mercado.

O processo de marcação pode ser resumido de acordo com as etapas a seguir.



Todos os dados de mercado são fornecidos pelo Market Server, que é o provedor de dados de mercado. Esses dados são usados pelo sistema RiskWatch, onde são feitos os cálculos para obtenção dos valores de marcação a mercado. Tanto o Market Server como o RiskWatch, foram desenvolvidos pela Algorithmics.

### Coleta de Dados de Mercado

O processo de apreçamento ocorre todos os dias úteis e se inicia após o fechamento dos mercados locais.

O Market Server utiliza fontes externas e independentes. As principais fontes primárias para a coleta dos dados de mercado são:

- ANBIMA (Taxas Indicativas de Títulos Públicos);
- BM&FBOVESPA (Ações, futuros de DI, dólar spot (cupom limpo), taxas de dólar futuro e de FRA (Forward Rate Agreement), etc);
- BACEN (Taxa Selic e Taxas de Câmbio – "Ptax");
- Cetip (Taxa DI);

- Reuters (preço a vista do alumínio e do cobre da LME, cotação dos NDFs (non-deliverable forward), superfície de volatilidade, cotação do outro, moedas estrangeiras (fechamento da moeda spot, com fechamento às 21h15 GMT), etc);

Os dados de mercado são armazenados em base de dados da Cetip para que seja possível a manutenção de um histórico de preços e taxas bem como para eventuais consultas e/ou conferências.

O Market Server valida os dados de mercado antes do envio para os sistemas da Cetip, visando corrigir eventuais inconsistências.

### **Tratamento e Validação dos Preços Coletados**

O Market Server consolida os dados de mercado, para realizar as interpolações, cálculos de curvas sem cupom ("bootstrapping") e aplicações de modelos, necessários para determinação dos preços de mercado. Após o cálculo dos preços e taxas, mas antes de sua importação para o sistema de risco RiskWatch, acontece o processo de validação das informações, de maneira a mitigar riscos operacionais.

### **Controle e Supervisão da Metodologia**

As metodologias descritas neste documento são constantemente revisadas, principalmente nos casos de utilização de procedimentos alternativos em função de iliquidez ou da ausência de referência de mercado.

### MOEDAS

#### Dólar

Para a paridade entre o Real (BRL) e o Dólar Norte Americano, utiliza-se o Dólar Cupom Limpo divulgado no final do dia, pela BM&FBOVESPA.

#### Demais Moedas

As demais moedas têm suas cotações extraídas da Reuters, uma das fontes de mercado também conhecidas como feeders. Os dados de fechamento destas moedas são os dados de fechamento da moeda spot, divulgada pela Reuters.

Para todas as moedas listadas, o fechamento da Reuters acontece às 21h15 GMT (18h15 hs horário do Brasil). O valor de fechamento do Ask é o último valor de venda que é contribuído nesse horário (por qualquer que seja o contribuidor) e guardado no campo de CLOSE ASK às 21h50 GMT.

O fechamento das principais moedas ocorre neste horário, quando os mercados americanos já fecharam e um pouco antes dos mercados asiáticos abrirem. Esta convenção foi estabelecida pela FOREX Association.

### CURVA DE JUROS

Um dos componentes mais importantes na realização do cálculo é a curva de juros. Na sequência são mostrados os detalhes da metodologia aplicada, e os parâmetros usados para a montagem das curvas.

#### Estrutura a termo da taxa de juros em Reais

O Market Server divulga e armazena diariamente a curva de juros em Reais, ou curva de juros pré-fixada. Ela é usada como curva de desconto para obtenção do valor de mercado de instrumentos denominados em reais.

São utilizados vértices em dias úteis, baseados no CDI Cetip e nos futuros de DI da BM&FBOVESPA. A curva resultante é uma *Zero Curve*, padrão reserva, com taxas em base 252 dias úteis. Cada termo da curva, identificado pela quantidade de dias corridos desde a data base até o termo, corresponde a um instrumento usado no "bootstrap".

Para vencimentos de fluxos entre os vértices previstos pelos contratos futuros de DI da BM&FBOVESPA, realiza-se a interpolação exponencial das taxas, com base no número de dias úteis, conforme fórmula abaixo:

$$tx_i = \left( (1 + tx_1)^{\frac{DU_1}{252}} \cdot \left( \frac{(1 + tx_2)^{\frac{DU_2}{252}}}{(1 + tx_1)^{\frac{DU_1}{252}}} \right)^{\frac{DU_n - DU_1}{DU_2 - DU_1}} \right)^{\frac{252}{DU_n}} - 1$$

Onde

$tx_i$  taxa interpolada

$tx_1$  taxa do vértice inicial usado para a interpolação

$tx_2$  taxa do vértice final

$DU_1$  quantidade de dias úteis desde a data base até o vértice inicial

$DU_2$  quantidade de dias úteis desde a data base até o vértice final

$DU_n$  quantidade de dias úteis desde a data base até a data em que se quer obter a taxa interpolada.

Após o último nó, as taxas são extrapoladas pelo método constante.

Considera-se a curva flat com a taxa anualizada expressa no último vértice. Por exemplo, se o último contrato negociado apresentar taxa de 10% aa, todos os prazos posteriores utilizarão esse mesmo valor de 10% aa.

### Cupom Cambial

O mercado brasileiro apresenta instrumentos em reais cujos valores são corrigidos pela variação da cotação de venda do PTAX do dia anterior. É necessária uma curva, chamada de cupom cambial, para uso na projeção desse dólar no futuro.

Existem duas cotações do dólar usadas no mercado financeiro: Cotação PTAX e Cotação spot, que é a cotação de fechamento dos negócios de dólar à vista.

Essas duas cotações do dólar possuem duas curvas de cupom cambial:

A curva de cupom cambial sujo é usada para projetar o PTAX. Ela é assim chamada porque não é uma curva de fechamento, mas vem da média das cotações do dia. A curva de cupom cambial limpo é usada para projetar o dólar spot (de fechamento). É uma curva realista para projeção do dólar e segue os padrões internacionais.

Os vértices da curva de cupom limpo são calculados pelo Market Server como um “bootstrap” a partir do dólar spot e das taxas de dólar futuro e de FRA (Forward Rate Agreement), divulgados diariamente pela BM&FBOVESPA. A curva resultante é uma Zero Curve, padrão reserva, com taxas em base 252 dias úteis.

Portanto, a curva de cupom cambial atrelado ao dólar norte americano (USD) é construída através dos dados de fechamento do mercado. Os instrumentos utilizados para se montar a curva de cupom limpo, são:

- Dólar Spot;
- Contratos de Dólar Futuro negociados na BM&F BOVESPA (DOL);
- Contratos de FRA de Cupom Cambial negociados na BM&F BOVESPA (FRC);
- Contratos de expectativa de juros futuros negociados na BM&F BOVESPA (DI1);

O primeiro ponto é o diferencial entre a pré embutida nos contratos de DI1 acumulada da data de construção da curva até a data de vencimento do primeiro contrato futuro de dólar (DOL1), ou caso a data de construção esteja em um intervalo menor a 5 dias úteis em relação a esse vencimento, toma-se o segundo contrato de dólar (DOL2), e a variação cambial implícita entre o contrato de dólar futuro utilizado e o dólar spot (cotação definida no item moedas desse documento). Tal que:

$$V_1 = \left( \frac{(1 + PRÉ)^{\frac{DU_1}{252}}}{\frac{DOL_{fut}}{DOL_{spot} \times 1.000}} \right)^{\frac{252}{DU_1}} - 1$$

Onde:

$DU_1$	quantidade de dias úteis desde a data base até o vencimento do contrato futuro de dólar utilizado para os cálculos
$DOL_{fut}$	valor de fechamento da cotação do contrato de dólar futuro na data base. O contrato a ser utilizado será definido conforme regra descrita na introdução desse subitem
$DOL_{spot}$	valor de fechamento, na data base, do dólar norte americano divulgado diariamente pela BMF & BOVESPA no documento “Boletim Diário” sob a descrição “Dólar – Cupom Limpo R\$/US\$”
$PRÉ$	taxa pré entre as data base e a data de vencimento do contrato futuro de dólar considerado obtida pelos cálculos demonstrados no item “Estrutura a termo da

taxa de juros em Reais” deste documento, expressa ao ano e na base 252 dias uteis

Os demais vértices serão calculados em função dos contratos de FRA. Para a construção da curva torna-se elegível todo contrato cujo volume de negociação na data em questão for diferente de zero. De tal modo que:

$$V_n = \left( \left( V_1^{\frac{DU_1}{252}} + 1 \right) \times \left( 1 + FRC_n \times \frac{DC_n - DC_1}{360} \right) \right)^{\frac{252}{DU_n - DU_1}} - 1$$

Onde:

$FRC_n$  valor de fechamento do primeiro vencimento imediatamente posterior à data base do FRA de Cupom Cambial negociado na BM&F BOVESPA

$DC_n$  número de dias corridos entre a data de vencimento do contrato de FRC considerado para os cálculos e a data base

$DC_n$  número de dias corridos entre a data de vencimento do contrato de dólar futuro considerado para os cálculos e a data base

$DU_n$  número de dias úteis entre a data de vencimento do contrato de FRC considerado para os cálculos e a data base

Para interpolar os valores de cupom entre os vértices calculados, seguimos o mesmo processo apresentado no item Estrutura a termo da taxa de juros em Reais, mantendo a base 252 e a capitalização exponencial.

Após o último nó, as taxas são consideradas constantes e iguais à taxa do último nó.

### Curvas de Juros Indexadas em Outras Moedas

As curvas de juros dos países são obtidas diretamente da Reuters. Diferentemente da curva de cupom cambial, as curvas das outras moedas são off-shore. O horário da captura dessas curvas de juros ocorre entre 19h e 19h30minh.

Nos casos em que isto não seja possível, o levantamento da curva de juros será obtido de papéis pré-fixados lançados pelos governos destes países e que tenham liquidez no mercado, utilizando-se a metodologia “bootstrap”.

Para a curva Euro, por exemplo, são utilizados os seguintes instrumentos:

EUR DEPOSIT ON, EUR DEPOSIT TN, EUR DEPOSIT SN, EUR DEPOSIT SW, EUR DEPOSIT 2W, EUR DEPOSIT 3W, EUR DEPOSIT 1M, EUR DEPOSIT 2M, EUR DEPOSIT 3M, EUR DEPOSIT 4M, EUR DEPOSIT 5M, EUR DEPOSIT 6M, EUR DEPOSIT 7M, EUR DEPOSIT 8M, EUR DEPOSIT 9M, EUR DEPOSIT 10M, EUR DEPOSIT 11M, EUR

DEPOSIT 1Y, EUR SWAP 18M, EUR SWAP 2Y, EUR SWAP 3Y, EUR SWAP 4Y, EUR SWAP 5Y, EUR SWAP 6Y, EUR SWAP 7Y, EUR SWAP 8Y, EUR SWAP 9Y, EUR SWAP 10Y, EUR SWAP 11Y, EUR SWAP 12Y, EUR SWAP 13Y, EUR SWAP 14Y, EUR SWAP 15Y, EUR SWAP 20Y, EUR SWAP 25Y, EUR SWAP 30Y, EUR SWAP 40Y, EUR SWAP 50Y

### Curva de IGPM

Dentre os principais indicadores de inflação utilizados como indexadores para contratos financeiros, destacam-se quatro indicadores: IPCA, IGP-M, IGP-DI e INPC.

Para valorização futura desses papéis, é necessário definir curvas de inflação, que são as curvas de projeção acumulada desses índices.

O método de montagem da curva de IGPM consiste em coletar os preços das NTNCs disponíveis na Anbima e fazer um "bootstrap" ligando a cotação Anbima (spot price) com as parcelas contendo juros integrais e correção monetária até o último IGPM divulgado. O processo de cálculo implementa a seguinte relação:

$$SpotPrice = \sum \frac{P}{(1+bootstrap)^t} = \sum \frac{P(1+IGPM)^t}{(1+IRBRL)^t} = \sum \frac{P}{\frac{(1+IRBRL)^t}{(1+IGPM)^t}}$$

Onde:

*IRBRL* taxa pré (item 2.1)

O Spot Price (cotação Anbima) é igual à soma das parcelas futuras, projetadas pelo IGPM até cada vencimento, e voltadas a valor presente pela IRBRL. Como o processo de "bootstrap" recebeu as parcelas sem a projeção de IGPM, mas só com correção histórica, então a taxa resultante do "bootstrap" é igual à IRBRL dividida pela projeção de IGPM.

Sendo a taxa obtida pelo "bootstrap" igual a  $(1 + IGPM) / (1 + IRBRL)$  para cada ponto do tempo, o RiskWatch recupera daí a taxa de IGPM, fazendo um pós processamento para isolar a taxa de projeção do IGPM puro, fazendo para cada ponto:

$$(1 + IGPM)^t = \frac{(1 + IRBRL)^t}{(1 + bootstrap)^t}$$

Desse modo, a curva de IGPM possui um ponto para cada vencimento de NTNC. O valor de cada ponto é a expectativa de IGPM acumulada desde a data base até o mês em que se situa o termo. A curva de expectativa de IGPM assim montada, a partir de NTNCs, inclui o spread de crédito inerente ao emissor do papel.

A interpolação é log-linear (exponencial por dias úteis). Após o último nó, as taxas são consideradas constantes e iguais à taxa do último nó.

### Curva de IPCA

O método de montagem da curva de expectativa de IPCA é semelhante ao do IGPM, mas usa NTNBN em seu lugar, ou seja:

1. O Market Server coleta os preços Anbima das NTNBNs e faz um "bootstrap" ligando a cotação Anbima (*Spot Price*) com as parcelas contendo juros integrais e correção monetária até o último IPCA divulgado (sempre o da data base). O processo de cálculo implementa a seguinte relação:

$$SpotPrice = \sum \frac{P}{(1 + bootstrap)^t} = \sum \frac{P(1 + IPCA)^t}{(1 + IRBRL)^t} = \sum \frac{P}{\frac{(1 + IRBRL)^t}{(1 + IPCA)^t}}$$

Onde

*IRBRL* taxa pré (item 2.1)

2. O Spot Price (cotação Anbima) é igual à soma das parcelas futuras, projetadas pelo IPCA até cada vencimento, e voltadas a valor presente pela IRBRL. Como o processo de "bootstrap" recebeu as parcelas sem a projeção de IPCA mas só com correção histórica, então a taxa resultante do "bootstrap" é igual à IRBRL dividida pela projeção de IPCA.
3. Sendo a taxa obtida pelo "bootstrap" igual a  $(1 + IPCA) / (1 + IRBRL)$  para cada ponto do tempo, o Market Server recupera daí a taxa de IPCA, fazendo

um pós processamento para isolar a taxa de projeção do IPCA puro, fazendo para cada ponto:

$$(1 + IPCA)^t = \frac{(1 + IRBRL)^t}{(1 + bootstrap)^t}$$

Quanto à interpolação, assim como para a curva de IGPM, utiliza-se o método exponencial. Já a extrapolação é constante.

### Curvas de INPC e IGP-DI

Como o INPC e o IGP-DI não possuem papéis líquidos com os quais se possa fazer "bootstrap", suas curvas de expectativa são previstas com base no seu comportamento passado em relação ao IPCA. Utiliza-se, portanto, uma regressão linear, baseada nas variações mensais observadas num histórico de 24 meses entre os índices de preços (INPC e IGP-DI) e IPCA.

Para essas curvas, a interpolação também é log-linear (exponencial por dias úteis). Após o último nó, as taxas são consideradas constantes e iguais à taxa do último nó.

### Curva de TR

A TR (Taxa Referencial do Banco Central) é utilizada para o apuração de títulos indexados à TR, taxa essa que é utilizada para o cálculo da remuneração da poupança. Em primeiro lugar, o Banco Central obtém a média das taxas de juros de 30 dias praticadas na negociação de CDBs entre os maiores bancos participantes do mercado, essa taxa é conhecida por TBF. Após isso, desconta-se essa média por redutores estabelecidos pelo Banco Central, dando origem a uma taxa efetiva para o período especificado, a TR.

Em nossa implementação, a TBF é uma função da IRBRL (taxa pré), ou seja, utiliza-se o vértice de 30 dias da curva IRBRL (ou o primeiro dia útil após este prazo) como sendo a taxa efetiva média de CDB/RDB apurada pelo Banco Central. Estudos feitos demonstraram que a correlação linear entre o vértice de 30 dias da IRBRL e a TBF é dada por:

$$TBF_{Base\ 252} = \alpha IRBRL_{30,base\ 252} + \beta$$

Onde:

$IRBRL_{30,base\ 252}$  ponto da curva IRBRL, no formato %, expresso em base 252, no 30º dia a partir da data base (se esse dia não for útil, usa-se a IRBRL do dia útil seguinte).

$\alpha$  0.915

$\beta$  0.005

Esses dados são atualizados periodicamente.

O valor da TR é obtido, então, pela aplicação de um redutor ao valor diário da TBF, de acordo com a seguinte expressão:

**$redutor = a + b * TBF_{aniversário\ a\ aniversário}$** , arredondado com 4 casas decimais,

Onde:

**a** 1,005

**b** é determinado por tabelas divulgadas periodicamente por resoluções do Conselho Monetário Nacional.

Encontrados os valores da TBF e do redutor, a TR é obtida pela expressão:

$$(1 + TR) = \frac{(1 + TBF)}{redutor}$$

Dada a projeção da curva livre de risco (IRBRL), são aplicados os coeficientes da correlação para deduzir a projeção de TBF. Em seguida, aplicam-se os redutores conforme a matriz de redutores de TBF para TR em função da taxa de juros.

A interpolação é log-linear e a extrapolação é constante.

### Spread de Títulos Públicos

Os títulos públicos não podem ser descontados apenas pela curva de juros pré, pois eles têm um fator de risco extra, que é o risco de crédito, que mede a capacidade do Governo Federal de pagar os resgates em dia.

Os títulos públicos, portanto, possuem dois fatores de risco: a taxa pré e o spread de crédito do Governo Federal.

Como a Anbima é a entidade de referência para divulgação de cotações de mercado de títulos públicos, a fonte primária para obtenção das taxas indicativas dos títulos públicos é a ANBIMA.

### Curvas de Crescimento de Commodities

O preço futuro de uma commodity é igual ao preço atual (spot) seguindo no tempo por uma curva de crescimento (growth curve), montada a partir dos preços dos contratos futuros e/ou a termo. A taxa da curva de crescimento é obtida através das cotações de termos ou de futuros captados no provedor da Reuters. Essas curvas são importantes para a marcação a mercado dos termos de commodities, conforme explicação do modelo teórico do item 5.1.2.

### Superfície de Volatilidade do Dólar

A superfície de volatilidade do dólar é construída com base nos vértices divulgados pela Reuters.

Esta superfície de volatilidade é capturada diretamente da Reuters, após a atualização da página às 18:30h, BRT. São utilizados os seguintes critérios:

1. Coleta volatilidades a partir de instituições formadoras de mercado;
2. Calcula a média das volatilidades obtidas, eliminando o valor máximo e o valor mínimo da amostra. A volatilidade é divulgada em base anual;
3. Estrutura as volatilidades em deltas de puts, calls e ATM. Os prazos correspondem às opções existentes no mercado. Há volatilidade de compra e de venda (A e B ou Ask e Bid);

Correspondência de deltas:

A volatilidade das calls corresponde à volatilidade do mesmo delta proveniente do banco de dados da Reuters. A volatilidade do ATM corresponde ao delta 50%; e a volatilidade das calls ("in the Money") são obtidas através dos deltas das puts (Delta Call = 100 – Delta da Put).

Quadro de equivalência:

	Reuters	Banco de Dados
	Delta	Delta
Call	10	10
Call	25	25
Call	37	37
	ATM	50
Put	37	63
Put	25	75
Put	10	90

Portanto, obtém-se uma superfície de volatilidade para o dólar no seguinte formato:

Superfície de Volatilidade USD - Data Base 07/10/2011						
Delta	01/11/2011	01/12/2011	01/01/2012	01/02/2012	01/03/2012	01/04/2012
0,10	31,18%	32,82%	33,71%	34,11%	34,45%	34,75%
0,25	27,10%	27,88%	28,16%	28,36%	28,67%	28,94%
0,37	24,56%	24,89%	24,90%	24,99%	25,17%	25,33%
0,50	22,37%	22,25%	22,11%	22,07%	22,14%	22,18%
0,63	20,58%	20,35%	20,17%	20,08%	20,10%	20,07%
0,75	19,15%	18,79%	18,50%	18,28%	18,20%	18,10%
0,90	17,45%	16,96%	16,49%	16,10%	15,80%	15,50%
Delta	01/05/2012	01/06/2012	01/07/2012	01/08/2012	01/09/2012	01/10/2012
0,10	34,95%	35,22%	35,45%	35,54%	35,57%	35,70%
0,25	29,21%	29,44%	29,59%	29,63%	29,64%	29,78%
0,37	25,50%	25,65%	25,74%	25,82%	25,89%	26,07%
0,50	22,22%	22,25%	22,25%	22,26%	22,29%	22,51%
0,63	20,05%	20,03%	20,00%	20,00%	20,04%	20,22%
0,75	18,01%	17,93%	17,86%	17,85%	17,90%	18,10%
0,90	15,29%	15,14%	15,04%	15,05%	15,13%	15,45%

Esta superfície é interpolada linearmente, tanto na dimensão de delta quanto na dimensão do prazo de vencimento.

### Demais Volatilidades

Com exceção ao dólar, calculam-se as volatilidades das moedas, utilizando a metodologia de volatilidade EWMA com lambda de 0,94. Essa volatilidade é calculada a partir da série da cotação da moeda em dólar.

Para o cálculo da volatilidade em relação ao Real, faz-se o cálculo da volatilidade cruzada:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho\sigma_A\sigma_B}$$

Onde:

$\sigma_i$  desvio padrão do ativo  $i$

$\rho$  correlação existente entre a série do ativo  $A$  e  $B$

### TÍTULOS PÚBLICOS

A Cetip utiliza como valor de mercado para os títulos públicos o PU550, divulgado publicamente pelo Banco Central do Brasil/Anbima no dia útil imediatamente anterior.

### TÍTULOS PRIVADOS

#### Certificados de Depósito Bancário (CDB)

Os Certificados de Depósitos Bancários (CDB) são títulos nominativos emitidos pelos bancos e vendidos ao público como forma de captação de recursos.

Os CDBs são negociados a partir de uma taxa bruta de juros anual, e não levam em consideração a tributação ou a inflação. Além disso, podem ser negociados a qualquer momento dentro do prazo contratado.

O cálculo de marcação a mercado pela Cetip será feito para os CDBs com as seguintes características:

- CDBs indexados aos seguintes índices: IGP-M, IGP-DI, INPC, IPCA, DI, SELIC e PREFIXADO.

- CDBs que pagam Juros somente expressos em meses e sem Amortização.

Portanto, o cálculo de MtM não contemplará:

- CDBs com múltiplas curvas e escalonamento;

- CDBs com pagamento de Juros e Amortizações periódicos, com pagamento de amortização periódica e juros no vencimento, com pagamento de amortização sem taxa de juros ou com Registro simplificado prefixado final;

- Quanto ao Fluxo de Pagamento de Juros, a periodicidade de juros não pode ser variável, só poderá ser mensal e constante.

#### **CDB - Pré-fixado**

Os CDBs pré-fixados são títulos que não têm prazo mínimo, não podendo ter o seu vencimento em sábados, domingos, ou feriados. A rentabilidade destes títulos é determinada na hora da aplicação e, portanto, sabe-se previamente o quanto será recebido no vencimento.

O preço de mercado é calculado pela fórmula a seguir:

$$V_M = V_E \cdot \frac{(1 + i_{\text{papel}})^{\frac{DU_t}{252}}}{(1 + Y)^{\frac{DU}{252}}}$$

Onde:

$V_M$  valor de mercado

$V_E$  valor de emissão

$i_{\text{papel}}$  taxa pré-fixada do CDB

$DU_t$  dias úteis entre a data de Emissão e a data de Vencimento

$Y$  taxa pré - fixada acrescida do spread do emissor

$DU$  dias úteis entre a data-base e a data de Vencimento

### **CDB - Pós-fixado**

Os CDBs pós-fixados podem ser oferecidos pelos bancos com ou sem liquidez diária, rendendo de acordo com o desempenho de indicadores como os Depósitos Interfinanceiros (DIs) ou Índices de Inflação (IGPM, IPCA, entre outros).

Marcaremos a mercado os CDBs pós-fixados atualizados diariamente pelo IGP-M, IGP-DI, INPC, IPCA, SELIC e DI. Geralmente, o DI ou a Selic são acrescidos de uma taxa ou por percentual (spread) contratado na data de emissão do papel. Logo, a precificação do CDB é realizada de acordo com a seguinte fórmula:

- Para a atualização diária dos preços unitários de um CDB contratado a um percentual da taxa DI ou Selic:

$$V_M = \frac{V'_M}{(1+Y)^{\frac{DU}{252}}}$$

$$V'_M = V_E \cdot Fator_{-1} \cdot Fator_{Proj}$$

$$Fator_{-1} = \prod_{t=t_R}^{t_{n-1}} \left( \left( 1 + \frac{CDI_t}{100} \right)^{\left( \frac{1}{252} \right)} \right) \cdot PC$$

Onde:

$V_M$	valor de mercado
$V_E$	valor de emissão
$CDI_t$	taxa do CDI para a data t
PC	percentual da taxa Selic ou DI contratado no início da operação
$Fator_{-1}$	fator de correção (taxa contratada do CDI) entre a data de registro e a data de avaliação
$Fator_{Proj}$	fator de correção projetado do CDI entre a data de avaliação e a data de vencimento
Y	taxa de juros pré – fixada acrescida do spread do emissor

(\*) Para os CDBs indexados aos Índices de Inflação, o percentual da taxa (PC) é igual a 100%.

- Para CDBs corrigidos por 100 % da taxa DI acrescida de um percentual ao ano:

$$V_M = \frac{V'_M}{(1+Y)^{\frac{DU}{252}}}$$

$$V'_M = V_E \cdot Fator_{-1} \cdot Fator_{Proj}$$

$$Fator_{-1} = \prod_{t=t_R}^{t_{n-1}} \left( \left( 1 + \frac{CDI_t}{100} \right)^{\left( \frac{1}{252} \right)} \cdot \left( 1 + \frac{I}{100} \right)^{\frac{1}{252}} \right)$$

Onde:

$V_M$	valor de Mercado
$V_E$	valor de Emissão

- $CDI_t$  taxa do CDI para a data t
- PC percentual da taxa Selic ou DI contratado no início da operação
- Fator<sub>-1</sub> fator de correção (taxa contratada do CDI) entre a data de registro e a data de avaliação
- $Fator_{Proj}$  fator de correção projetado do CDI entre a data de avaliação e a data de vencimento
- Y taxa de juros pré – fixada acrescida do spread do emissor
- I percentual ao ano contratado
- Para os demais CDBs, corrigidos pelas taxas IGP-M, IGP-DI, INPC ou IPCA:

$$V_M = \frac{V'_M}{(1+Y)^{\frac{DU}{252}}}$$

$$V'_M = V_E \cdot Fator_{-1} \cdot Fator_{Proj}$$

Onde:

- $V_M$  valor de Mercado
- $V_E$  valor de Emissão
- $Fator_{-1}$  fator de correção do indexador entre a data de registro e a data de avaliação
- $Fator_{Proj}$  fator de correção projetado do indexador entre a data de avaliação e a data de vencimento
- Y taxa de juros pré – fixada acrescida do spread do emissor

### Debêntures

A Debênture é um título de crédito representativo de empréstimo que uma companhia faz junto a terceiros e que assegura a seus detentores direito contra a emissora, nas condições constantes da escritura de emissão. Para emitir uma debênture uma empresa tem que ter uma escritura de emissão, onde estão descritos todos os direitos conferidos pelos títulos, suas garantias e demais cláusulas e condições da emissão e suas características.

Inicialmente, a Cetip calcula o valor de mercado das debêntures indexadas ao IGPM e ao IPCA, as que pagam DI mais taxa de juros e as que pagam percentual do CDI. Além disso, serão marcadas a mercado as que possuem Juros e Amortização.

A seguir, detalham-se os modelos.

- **Debêntures indexadas ao IGP-M**

São títulos privados corrigidos pelo IGP-M, índice de preços divulgado mensalmente pela Fundação Getúlio Vargas. A marcação a mercado deste tipo de debênture é realizada descontando pela taxa de mercado o seu fluxo de pagamentos projetado, ou seja:

$$V_M = \sum_{i=1}^n \frac{(fator_i - 1) \cdot V_N \cdot \left( 1 - \sum_{k=1}^{n-1} fator_{amortização,k} \right) + fator_{amortização,i} \cdot V_N}{\left( 1 + Y \right)^{\frac{DU_i}{252}}}$$

Onde:

$$fator_i = \left( 1 + i_{papel} \right)^{\frac{DU_i - DU_{i-1}}{252}}$$

$$V_N = V_{Ninicial} \cdot \left( 1 + IGPM_{-1} \right) \cdot \left( 1 + IGPM_{proj} \right)^{\frac{DU_D}{DU_{Mes}}}$$

$V_M$	valor de Mercado
n	número de pagamentos de juros e principal do título
Y	taxa de mercado do papel mais spread de crédito do emissor
$DU_i$	número de dias úteis entre a data base e o vencimento do pagamento i
$fator_{amortização o,i}$	fator de amortização do valor nominal referente ao pagamento i (em percentual)
$i_{papel}$	cupom de emissão do papel
$IGPM_{-1}$	IGP-M acumulado do mês anterior à data de emissão do título até o último dado divulgado
$IGPM_{proj}$	IGP-M projetado para o mês da valorização
$DU_D$	dias úteis decorridos no mês
$DU_{Mes}$	dias úteis totais do mês atual

• **Debêntures indexadas ao IPCA**

São títulos privados corrigidos pelo IPCA, índice de preços divulgado mensalmente pelo IBGE. Assim como a debênture corrigida pelo IGPM, esse tipo debênture é marcado a mercado descontando pela taxa de mercado o seu fluxo de pagamentos projetado.

$$V_M = \sum_{i=1}^n \frac{(fator_i - 1) \cdot V_N \cdot \left( 1 - \sum_{k=1}^{n-1} fator_{amortização,k} \right) + fator_{amortização,i} \cdot V_N}{\left( 1 + Y \right)^{\frac{DU_i}{252}}}$$

Onde:

$$fator_i = \left( 1 + i_{papel} \right)^{\frac{DU_i - DU_{i-1}}{252}}$$

$$V_N = V_{Ninicial} \cdot \left( 1 + IPCA_{-1} \right) \cdot \left( 1 + IPCA_{proj} \right)^{\frac{DU_D}{DU_{Mes}}}$$

$V_M$	valor de Mercado
n	número de pagamentos de juros e principal do título
Y	taxa de mercado do papel mais spread de crédito do emissor
$DU_i$	número de dias úteis entre a data base e o vencimento do pagamento i
$fator_{amortização o,i}$	fator de amortização do valor nominal referente ao pagamento i (em percentual)
$i_{papel}$	cupom de emissão do papel
$IPCA_{-1}$	IPCA acumulado do mês anterior à data de emissão do título até o último dado divulgado
$IPCA_{proj}$	IPCA projetado para o mês da valorização

$DU_D$  dias úteis decorridos no mês

$DU_{Mes}$  dias úteis totais do mês atual

- **Debêntures indexadas ao CDI**

São títulos privados cujo fluxo de pagamentos de juros é indexado a um percentual do CDI ou ao CDI mais uma taxa pré-fixada (spread). Para marcar a mercado esse tipo de debênture, desconta-se o seu fluxo de pagamentos projetado pela taxa pré-fixada de mercado acrescida do spread de mercado.

$$V_M = \sum_{i=1}^n \frac{CPN_i}{Z_i}$$

Onde:

$$fator_i = \left\{ \left[ \left( \frac{(1+Y_i)^{\frac{DU_1}{252}}}{(1+Y_{i-1})^{\frac{DU_{1-1}}{252}}} \right)^{\frac{1}{DU_i - DU_{i-1}}} - 1 \right] \cdot \% CDI + 1 \right\}^{(DU_i - DU_{i-1})} \cdot (1+S_0)^{(DU_i - DU_{i-1})}$$

$$fator_a = \prod_{j=1}^m \left\{ \left[ (CDI_j + 1)^{\frac{1}{252}} - 1 \right] \cdot \% CDI + 1 \right\} \cdot (1+S_0)^{\left(\frac{m}{252}\right)}$$

$$fator = fator_a \cdot \left\{ \left[ (1+Y_1)^{\frac{1}{252}} - 1 \right] \cdot \% CDI + 1 \right\}^{(DU_1)} \cdot (1+S_0)^{\frac{DU_1}{252}}$$

$$CPN_i = (fator_i - 1) \cdot VN \cdot \left( 1 - \sum_{k=1}^{n-1} fator_{amortizaçãoK} \right) + fator_{amortização,i} \cdot VN$$

$$CPN_1 = (fator_1 - 1) \cdot VN + fator_{amortização0,1} \cdot VN$$

$$Z_i = \left\{ \left[ (1 + Y_i)^{\frac{1}{252}} - 1 \right] \cdot \%MTM + 1 \right\}^{DU_i} \cdot (1 + S_1)^{\frac{DU_i}{252}}$$

Onde:

$V_M$	valor de Mercado
n	número de pagamentos de juros e principal do título
$Y_i$	taxa pré-fixada para o vencimento do pagamento i
$\%MTM$	spread de mercado em percentual do CDI
$S_1$	spread de mercado em taxa pré-fixada (% a.a.)
$DU_i$	número de dias úteis entre a data base e o vencimento do pagamento i;
$V_N$	valor nominal do título
<i>fator</i> <sub>amortizaçã o,i</sub>	fator de amortização do valor nominal referente ao pagamento i (em percentual)
$\%CDI$	spread de emissão (escritura) em percentual do CDI
$S_0$	spread de emissão (escritura) em taxa pré-fixada (% a.a.)
m	número de dias úteis entre o último pagamento de juros e a data base

### Depósitos Interfinanceiros (DIs)

É um título de renda fixa que representa operações de crédito entre bancos. A maioria das operações é negociada por um dia e sua média diária é usada como referencial para o custo do dinheiro (juros). Pelo mesmo motivo, também é utilizada como referencial para avaliar a rentabilidade das aplicações em fundos de investimento. A taxa do CDI é divulgada diariamente, para operações de um dia ou por prazos maiores (30, 60 ou mais dias), regra geral como taxa anualizada.

O modelo teórico utilizado na marcação a mercado dos DIs é o mesmo utilizado para os CDBs, descrito anteriormente.

A marcação a mercado pela Cetip englobará um grupo com as seguintes características:

- DIs indexados aos seguintes índices: IGP-M, IGP-DI, INPC, IPCA, DI, SELIC e PREFIXADO.

- DIIs que pagam Juros somente expressos em meses e sem Amortização. Quanto ao Fluxo de Pagamento de Juros, a periodicidade de juros não pode ser variável, só poderá ser mensal e constante.

### Letras Financeiras (LFs)

O modelo teórico utilizado na marcação a mercado das LFs é o mesmo utilizado para os CDBs, descrito anteriormente.

## DERIVATIVOS

Derivativo é um contrato definido entre duas partes no qual se definem pagamentos futuros baseados no comportamento dos preços de um ativo de mercado. Em resumo, podemos dizer que um derivativo é um contrato cujo valor deriva de um outro ativo. Uma operação com derivativos pode ter como finalidade a obtenção de um ganho especulativo ou a proteção contra eventuais perdas no ativo de referência (“hedge”). O que se denomina por derivativo pode ser negociado em uma série de mercados, quais sejam: Mercado a termo (forwards), Mercado futuro, Mercado de opções e Mercado de swaps.

### Contratos a Termo (Forwards)

Um contrato a termo é o compromisso de comprar ou vender determinado ativo em uma data específica, por um preço previamente estabelecido. Uma das partes assume sua posição de compra no contrato a termo em data específica e por um preço certo e ajustado. A contraparte assume sua posição de venda em iguais condições.

Nesse capítulo, iremos detalhar os contratos de termo de moedas, commodities e índices que apresentem liquidação final ou asiática. Detalhamos também os cálculos associados aos contratos de termo com fluxo.

Os cálculos apresentados neste manual para os contratos de termo refletem os valores de mercado quando analisados sob a visão do comprador da operação. Para obter o valor na visão do vendedor basta que se multiplique o valor do comprador por (-1).

### Termo de Moedas

Esse tipo de contrato permite que os participantes realizem operações de compra e venda a termo de moeda estrangeira, sem entrega física, a um preço acordado em uma data futura específica.

Os participantes podem escolher qual a taxa de câmbio a ser utilizada para a liquidação dos contratos, em que é feita pela diferença entre a taxa de câmbio a termo contratada e a taxa vigente no dia do vencimento.

A operação a termo garante o hedge contra oscilações da moeda contratada. Os contratos são liquidados em moeda Real e são adequados, principalmente, para empresas exportadoras, importadoras e companhias que têm ativos e/ou passivos em moeda estrangeira. Além do Dólar dos Estados Unidos, Euro, Libra Esterlina, Iene Japonês e Dólar Canadense, são aceitos registros de contratos em diferentes moedas de referência de diversos outros países.

Cabe salientar que serão marcados a mercado os contratos que possuírem as seguintes moedas: DOLAR AUSTRALIANO, DOLAR CANADENSE, FRANCO SUICO, IUAN RENMIMBI/CHI, COROA DINAM/DINAM, EURO, LIBRA ESTERLINA, RUPIA/INDONESIA, RUPIA/INDIA, IENE, COROA NORUE/NORUE, DOLAR/ NOVA ZELAND, COROA SUECA/SUECI, NOVA LIRA/TURQUIA, DOLAR DOS EUA, REAL.

Uma das principais vantagens no registro do Termo de Moedas na Cetip é a livre negociação do tamanho do contrato, prazo de vencimento e taxa. Como também, a possibilidade de cotação do câmbio pela Ptax média do dia, pelas taxas apuradas pelo Banco Central a cada meia hora nos boletins intermediários, ou pelas cotações divulgadas pelos provedores internacionais de informações (feeders) de moedas. Os participantes podem usar as taxas de câmbio divulgadas pelo Banco Central ou pelos feeders do mercado de moedas, como Reuters, Broadcast, BCE e Bloomberg.

As modalidades de contrato possíveis para as operações a termo são:

- Termo Simples: tem como ativo objeto a taxa de câmbio de Reais por outra moeda.
- Termo de Paridade: permite o uso de outras moedas estrangeiras como referência, sendo que os contratos podem ser referidos e referenciados em uma relação de moedas distintas, incluindo o Real.

- Termo de Futuro: tem como ativo objeto o preço futuro da taxa de câmbio de Reais por outra moeda.
- Termo de Termo: Possibilita indicar uma data futura para a fixação da taxa a termo. O critério para a escolha é indicado no registro, tendo como base o câmbio da data futura, acrescido de valor ou percentual.
- Termo Asiático: a taxa de câmbio para liquidação do contrato é resultante da média aritmética simples ou ponderada de várias cotações das taxas de câmbio vigentes para datas definidas no Registro do Contrato.

A Cetip disponibiliza três funcionalidades para esse tipo de contrato:

- Limitador no Termo de Moedas
- Prêmio Pré-Pago no Termo de Moedas
- Shift Forward no Termo de Moedas

São objeto de cálculo as modalidades de contrato Termo Simples, Termo de Paridade e Termo de Futuro, Termo Asiático, e suas funcionalidades, de acordo com as fórmulas descritas a seguir:

Para Termo Simples e Termo de Paridade:

$$V_{PM} = \frac{V_F}{e^{\left(\frac{M \cdot DC_t}{365}\right)}}$$

$$V_{PT} = \frac{A}{e^{\left(\frac{M \cdot DC_t}{365}\right)}}$$

$$V'_M = (V_{PM} - V_{PT}) \cdot T_C$$

$$V_M = V'_M \cdot Par$$

Onde:

$$V_F = Spot \cdot FA$$

$$FA = \left( \frac{e^{(M \cdot DC_t)/365}}{e^{(C \cdot DC_t)/365}} \right)$$

$V_{PM}$	valor Presente da Moeda
$Spot$	cotação a Vista da Moeda
$M$	taxa de desconto da moeda cotada
$C$	taxa de desconto da moeda de referência
$DC_t$	diferença de dias corridos entre a data de vencimento e a data de valorização
$V_{PT}$	valor Presente da cotação a Termo do ativo subjacente
$A$	cotação a Termo do ativo subjacente
$T_C$	tamanho do Contrato
$Par$	paridade da moeda cotada por Real
$V_M$	valor de Mercado

Para Termo de Futuro:

$$V'_M = (V_F - A) \cdot T_C$$

$$V_M = V'_M \cdot Par$$

Onde:

$$V_F = Spot \cdot FA$$

$$FA = \left( \frac{e^{(M \cdot DC_t)/365}}{e^{(C \cdot DC_t)/365}} \right)$$

$Spot$	cotação a Vista da Moeda
$M$	taxa de desconto da moeda cotada
$C$	taxa de desconto da moeda de referência
$DC_t$	diferença de dias corridos entre a data de vencimento e a data de valorização
$A$	cotação a Termo do ativo subjacente

$T_C$	tamanho do Contrato
$Par$	paridade da moeda cotada por Real
$V_M$	valor de Mercado

**Para Limitador no Termo de Moedas:**

$$V_{PM} = \frac{V_F}{e^{\left(\frac{M \cdot DC_t}{365}\right)}}$$

$$V_{PT} = \frac{A}{e^{\left(\frac{M \cdot DC_t}{365}\right)}}$$

$$V'_M = (V_{PM} - V_{PT}) \cdot T_C$$

$$V_M = V'_M \cdot Par$$

Onde:

$$V_F = SCF \cdot FA$$

$$FA = \left( \frac{e^{(M \cdot DC_t)/365}}{e^{(C \cdot DC_t)/365}} \right)$$

$V_{PM}$	valor Presente da Moeda
$SCF$	cotação a ser escolhida para a precificação do termo conforme a Cotação da Moeda e os Limites (cap ou floor) estabelecidos no registro do contrato
$M$	taxa de desconto da moeda cotada
$C$	taxa de desconto da moeda de referência
$DC_t$	diferença de dias corridos entre a data de vencimento e a data de valorização
$V_{PT}$	valor Presente da cotação a Termo do ativo subjacente
$A$	cotação a Termo do ativo subjacente
$T_C$	tamanho do Contrato
$Par$	paridade da moeda cotada por Real

$V_M$  valor de Mercado

### Termo de Commodities

O contrato permite que os Participantes realizem operações de compra e venda a termo de mercadorias, sem previsão de entrega física, referenciadas em preços praticados no mercado futuro em bolsas de mercadorias nacionais e internacionais. A cotação utilizada é o preço de ajuste, definido conforme metodologia própria de cada bolsa. Uma das vantagens estratégicas possíveis é permitir que as Instituições Financeiras registrem, com seus clientes, operações locais que são contrapartida de operações de hedge fechadas pelas próprias instituições no mercado externo.

Na Cetip, a Instituição Participante tem flexibilidade para optar por fechar um contrato com previsão de ajustes diários, periódicos, final ou asiático (simples ou ponderado), conforme as datas definidas no registro.

São marcados a mercado os tipos de contratos listados abaixo:

- Mercadorias Metálicas: Alumínio e Cobre
- Mercadorias Agrícolas: Açúcar, Algodão, Boi, Café, Etanol, Milho e Soja.
- Moedas: Dólar dos EUA, Dólar Australiano, Dólar Canadense, Franco Suíço, Iuan Renmimbi, Coroa Dinamarquesa, Euro, Libra Esterlina, Rupia, Iene, Dólar/Nova Zelândia, Coroa Sueca, Nova Lira/Turquia e Real;
- Contratos que possuam:
  - Cotação do mercado a vista;
  - Cotação do mercado futuro; e
  - Tipo de Ajuste igual a Final, Final: Asiático Simples ou Final:

Asiático Ponderado.

A seguir, descrevemos o modelo teórico adotado na marcação a mercado deste tipo de termo:

$$V_{PM} = \frac{V_F}{e^{\left(\frac{M \cdot DC_t}{365}\right)}}$$

$$V_{PT} = \frac{A}{e^{\left(\frac{M \cdot DC_t}{365}\right)}}$$

$$V'_M = (V_{PM} - V_{PT}) \cdot T_c$$

$$V_M = V'_M \cdot Par$$

$$V_F = Spot \cdot FA$$

$$FA = e^{(M \cdot DC_t)/365} \cdot e^{(C \cdot DC_t)/365}$$

Onde:

$V_{PM}$	valor Presente das Commodities
$Spot$	cotação a Vista das Commodities
$M$	taxa de desconto da moeda cotada
$C$	taxa de desconto da curva de commodities
$DC_t$	diferença de dias corridos entre a data de vencimento e a data de valorização
$V_{PT}$	valor Presente da cotação a Termo do ativo subjacente
$A$	cotação a Termo do ativo subjacente
$T_c$	tamanho do Contrato
$Par$	paridade da moeda cotada por Real
$V_M$	valor de Mercado

### Termo de Índice

Permite que os Participantes realizem operações de compra e venda a termo de índice a um preço acordado em uma data futura específica. A vantagem deste tipo de registro é permitir que os Participantes registrem contratos referenciados em índices.

Os participantes escolhem a data do índice a ser utilizado para a liquidação dos contratos.

A operação a Termo de Índice representa a compra à vista de ativos e sua venda simultânea a prazo. Essa operação equivale a conceder um empréstimo a taxas prefixadas.

O Índice DI, cuja fonte de informação é a própria Cetip, foi o primeiro índice a ser disponibilizado para registro no Módulo Termo. Possui apuração diária e é capturado automaticamente pelo Módulo.

Além do Índice DI, também é possível registrar contratos com Índice Bovespa. Ambos serão objetos de marcação a mercado pela Cetip, de acordo com a fórmula descrita a seguir:

$$V_{PT} = \frac{V}{(1 + M)^{\frac{DU}{252}}}$$

$$V_M = (V_{PM} - V_{PT}) \cdot T_c$$

Onde:

$V_{PT}$	valor presente
$V$	cotação a termo do ativo subjacente
$M$	taxa de juros pré-fixada de mercado (%aa)
$DU$	prazo entre as datas de vencimento e avaliação do contrato em dias uteis
$V_M$	valor de mercado do contrato na data de avaliação
$V_{PM}$	valor da cotação a vista do índice
$T_c$	tamanho do contrato

### Termo Asiático

Permite que os Participantes realizem operações de compra e venda de moeda/mercadoria em data futura, a uma taxa de câmbio/preço, valor base/quantidade e prazo, predeterminados.

Para operações cuja liquidação é do tipo asiática teremos como cotação de referência a taxa média de uma determinada janela de tempo pré-acordada entre as partes.

A apuração do valor de mercado ( $V_M$ ) de uma operação de termo com liquidação asiática pode ser vista como a soma de  $n$  termos, com  $n$  diferentes datas para formação do fixing. O pagamento é feito no final do contrato, utilizando-se a média (ponderada ou simples) dos fixings das datas especificadas para calcular o pagamento final do contrato.

$$V_M = \left[ \sum_{i=0}^n \left( V_{PM(i)} - V_{PT(i)} \right) \cdot p_i \right] \cdot T_c \cdot Par$$

Onde:

$V_{PM(i)}$ *	valor presente da cotação do ativo objeto de negociação do contrato referente ao i-ésimo vencimento
$p_i$	peso (proporção/ponderação) atribuída ao i-ésimo vencimento do intervalo de datas que compõem a média de liquidação do contrato
$V_{PT(i)}$ *	valor presente da taxa a termo negociada no contrato para o i-ésimo vencimento do intervalo de datas que compõem a média de liquidação do contrato
$n$	número de datas de fixação para média asiática do contrato
$T_c$	tamanho do contrato (em moeda base para moedas e em quantidade para commodities e índices)
$Par$	paridade da moeda cotada em relação ao Real na data de avaliação do contrato

\*O detalhamento do cálculo dos valores de  $V_{PM}$  e  $V_{PT}$  pode ser encontrado na metodologia da modalidade à qual o contrato de termo pertence (moeda, índice ou commodity).

### Termo com Fluxo

O Termo com Fluxo é um termo com ajustes periódicos, onde os ajustes podem possuir limites inferior e/ou superior. Os ganhos ou perdas ocorridos em cada fluxo podem ser multiplicados por um fator, e, além disso, pode ocorrer a existência de CAP. A presença de CAP estabelece uma barreira que extingue o contrato, ou para o caso da marcação a mercado, limita o valor de pagamento para o próximo fluxo e desconsidera os demais.

Para cada data de evento (pagamento de ajuste) é calculado um valor do preço do ativo objeto (S) por simulação de Monte Carlo.

Para contratos que possuem limites, o S simulado assume no máximo o valor do limite superior, ou no mínimo o valor do limite inferior.

Dessa forma, se:

$$(S - K) \geq 0, \text{ Ajuste} = (S - K) \cdot \text{Fator de Alavancagem Positivo} \cdot \text{Amortização}$$

$$(S - K) < 0, \text{ Ajuste} = (S - K) \cdot \text{Fator de Alavancagem Negativo} \cdot \text{Amortização}$$

Onde  $K$ , é o preço de exercício do fluxo correspondente.

Para o caso do contrato que possui CAP, a marcação a mercado considera a existência do CAP (exato ou inclusivo).

A função que precifica o Termo com Fluxo calcula os ajustes passados com base nos valores históricos do ativo objeto. O futuro é simulado por uma quantidade de cenários aleatórios dos fatores de risco, criados com base no método de Monte Carlo. Como resultado, obtém-se um número de possíveis payoffs. O sistema calcula um payoff médio, traz a valor presente e o exibe como MtM.

### Swaps

Os swaps são acordos privados entre duas contrapartes para a troca futura de fluxos de caixa, respeitada uma fórmula pré-determinada, ou seja, é possível considerar que o swap consiste em duas operações em que as contrapartes assumem apostas distintas em cada ponta. Uma das principais vantagens do swap está no fato de possibilitar a troca de indexadores, que o transforma em um importante instrumento de hedge por permitir que os investidores se protejam de riscos indesejáveis.

Os participantes de um contrato de swap podem escolher os indicadores, o prazo e as características da operação. Podem ser usadas taxas de juros, índices de preços, taxas de câmbio (moedas estrangeiras) e ouro como possíveis indexadores (legislação do Banco Central).

Além disso, os swaps registrados na Cetip podem ser enquadrados em três modalidades distintas: Swap com Pagamento Final, Swap com Fluxo Constante e Swap com Fluxo Não Constante.

Nesse capítulo, descreveremos os principais tipos de contratos e como é realizado o apreçamento desses swaps.

#### Swap Pagamento Final

Nesta modalidade são permitidos os registros de contratos na Cetip, com previsão exclusiva de pagamento final. Existe, ainda, a possibilidade de indicação de pagamento de ajustes. Outra funcionalidade disponível é a previsão de pagamento de prêmios.

Serão objeto de cálculo pela Cetip apenas os contratos de swap com pagamento final que possuam as seguintes características:

- Contratos indexados as curvas de DI, DI 360d, SELIC, Prefixado (252 ou 360), IGPM, IGPM, INPC, TR, Dólar (com ou sem Cupom Limpo), Euro (com ou sem Cupom Limpo), Euro-BCE (com ou sem Cupom Limpo), Iene (com ou sem Cupom Limpo), Dólar Comercial Exp. (com ou sem Cupom Limpo), Franco Suíço (com ou sem Cupom Limpo), Franco Suíço-BCE (com ou sem Cupom Limpo), LIBOR, TJLP e Ibovespa de Liquidação.

- Contratos que possuam:

- Limitadores;
- Agenda de Prêmio;
- Opção de Arrependimento;
- Terceira Curva;
- Swap com Reset;
- Swap com Premio;
- Swap a Termo e;
- Sem funcionalidades.

- Não serão contemplados os Contratos:

- Com TR escolhida;
- Com % da curva diferente de 100% (exceto contratos de DI e Selic);
- Com funcionalidades diferentes de: Limitadores, Agenda de Prêmio, Opção de Arrependimento, Terceira Curva, com Reset, com Premio, a Termo;
- Swap a Termo: com Limitadores, Agenda de Prêmio, Opção de Arrependimento, Terceira Curva, com Reset, com Premio, no período a Termo. Após o período a Termo o contrato é calculado.

### **Swap com Fluxo**

São contratos cujas contrapartes trocam, em determinado período de tempo, diferenciais de pagamentos de juros ao final do contrato ou periodicamente, podem trocar também, diferenciais de principal.

O objetivo a ser alcançado pelas instituições registradoras é adequar as estruturas de hedge às características daquelas operacionalizadas no mercado internacional, com a correção de distorções de natureza operacional e de alocação de capital, advindas do registro de vários contratos de Swap, um para cada evento de troca de juros e/ou amortizações de principal.

Assim, como no caso dos swaps com pagamento final, a marcação a mercado pela Cetip está sendo realizada apenas para um grupo de contratos de swap com fluxo. Esse grupo deve possuir as seguintes características:

- Contratos indexados as curvas de DI, DI 360d, Prefixado (252 ou 360), Dólar (com ou sem Cupom Limpo), Euro (com ou sem Cupom Limpo) e Euro-BCE (com ou sem Cupom Limpo);
- Contratos que possuam:
  - Amortização sobre o Valor Base Original;
  - Amortização em dias corridos, em meses, na data de vencimento e sem troca de amortização;
  - Juros em dias corridos e meses e
  - Agenda de Prêmio.
- Não estão contemplados os Contratos:
  - Com % da Curva diferente de 100% (exceto para os contratos de DI);
  - Swap a Termo. Após o período a Termo o contrato é calculado.

Em resumo, a marcação a mercado dos swaps é realizada obtendo a diferença entre os valores a mercado de cada uma de suas pontas corrigidas pelo indexador.

A seguir, apresentamos como são valorizadas as pontas para os principais indexadores.

- **Ativo/Passivo CDI**

Os swaps CDI são avaliados pelo valor do CDI divulgado pelo Cetip entre a data de partida e a data de avaliação. A metodologia de cálculo é apresentada a seguir:

$$V_M = \frac{V'_M}{(1+Y)^{\frac{DU}{252}}}$$

$$V'_M = V_{Reman} \cdot Fator_{-1} \cdot Fator_{Proj}$$

$$Fator_{-1} = \prod_{t=t_R}^{t_{n-1}} \left( 1 + \frac{CDI_t}{100} \right)^{\left( \frac{1}{252} \right)} \cdot PC$$

Onde:

$V_M$	valor de mercado
$V_{Reman}$	valor remanescente
$CDI_t$	taxa do CDI para a data t
PC	percentual contratado no início da operação
$Fator_{-1}$	fator de correção (taxa contratada do CDI) entre a data de registro e a data de avaliação
$Fator_{Proj}$	fator de correção projetado do CDI entre a data de avaliação e a data de vencimento
Y	taxa de juros pré – fixada

- **Ativo/Passivo Pré-fixado**

A Marcação a mercado da ponta pré-fixada é feita de maneira semelhante ao cálculo de outros ativos pré-fixados, utilizando-se a curva de juros pré. Para o cálculo do valor de mercado, primeiramente, projeta-se o valor futuro pela taxa contratada, desde o início da operação até a data de vencimento, e assim calcula-se o valor presente dos fluxos utilizando-se a taxa de mercado.

$$V_M = \left( \frac{V_{Reman} \cdot (1 + tx)^{\frac{N}{252}}}{(1 + Y)^{\left( \frac{n}{252} \right)}} \right)$$

Onde:

$V_M$	valor de Mercado
$V_{Reman}$	valor Remanescente
tx	taxa da operação
Y	taxa pré – fixada
n	número de dia úteis (d.u.) entre data de cálculo e vencimento
N	número de dias úteis (d.u.) entre data de registro e vencimento

• **Ativo/Passivo Cambial (Dólar, Euro e Iene)**

Para o cálculo da marcação a mercado da ponta cambial do swap, descontando-se o valor futuro, indexado à PTAX de venda, pelo cupom cambial obtido da curva de juros em dólares, conforme fórmula a seguir:

$$V_M = \frac{V'_M}{(1+Y)^{\frac{DU}{252}}}$$

$$V'_M = V_{Reman} \cdot Fator_{-1} \cdot Fator_{Proj} \cdot cupom_2$$

Onde:

$$Fator_{-1} = \frac{\left(1 + \frac{tx}{100} \cdot \frac{DC}{360}\right)}{\left(1 + \frac{cupom_1}{100} \cdot \frac{DC_t}{360}\right)} \cdot \left(\frac{Ptax_{D-1}}{Ptax_0}\right)$$

$$Fator_{Proj} = \frac{(1+Y)^{DU_i/252}}{(1+cupom_{Proj})^{DU_i/252}}$$

$V_M$	valor de Mercado
$V_{Reman}$	valor Remanescente
$Y$	taxa de juros pré - fixada
$tx$	taxa de juros cupom (dólar) no contrato
$DC$	prazo em dias corridos do contrato do swap
$DCt$	dias corridos entre a data da valorização e o vencimento do swap
$cupom_1$	taxa de cupom da moeda estimada entre a data de início e a data de valorização
$cupom_2$	taxa de cupom da moeda estimada entre a data de valorização e o vencimento do contrato
$Ptaxd-1$	taxa Ptax de venda divulgada pelo Banco Central no dia anterior a data de valorização

Ptax0	taxa Ptax de venda divulgada pelo Banco Central no dia anterior ao início do contrato
DUt	dias Úteis entre a data de valorização e a data da sessão

- **Ativo/Passivo IGP-M**

Para a marcação a mercado da ponta IGPM de um contrato de swap, desconta-se o valor futuro, indexado ao IGP-M, pelo cupom de IGP-M obtido da curva de juros, conforme fórmula abaixo:

$$V_M = V'_M \cdot \frac{(1+i)^{\frac{DU}{252}}}{(1+Y)^{\frac{DU}{252}}}$$

$$V'_M = V_{Reman} \cdot Fator_{-1} \cdot Fator_{Proj}$$

Onde:

$V_M$	valor de Mercado
$V_{Reman}$	valor Remanescente
$Y$	taxa de juros pré - fixada
$i$	cupom de emissão do papel
$Fator_{-1}$	IGPM acumulado entre a data de emissão do título até a data de avaliação
$Fator_{Proj}$	IGPM projetado (segundo a curva de IGPM) entre a data de avaliação até a data de vencimento do contrato
$Y$	taxa de juros pré – fixada

- **Ativo/Passivo IPC-A**

A metodologia para cálculo de valor de mercado da ponta IPCA é a mesma da utilizada para o cálculo da ponta IGP-M, ou seja, atualiza-se o valor nominal pela variação do IPCA acumulado desde o início do swap até a data da avaliação. Para o cupom de IPCA, projeta-se o valor futuro pela taxa contratada, desde o início da operação até a data de vencimento, e calcula-se o preço utilizando-se a taxa de mercado.

A diferença está no fato de que a fonte primária para obtenção da curva de cupom IPCA são as taxas indicativas de NTN-B divulgadas pela ANBIMA descontados os prêmios dos títulos.

- **Ativo/Passivo TR**

A fórmula a seguir descreve a marcação a mercado da ponta TR de um swap.

$$V_M = \frac{V'_M}{(1+Y)^{\frac{DU}{252}}}$$

Onde:

**Fator Futuro** fator de Capitalização x Cupom

$$Cupom = (1+i_c)^{\frac{DU_T}{252}}$$

**Fator de Capitalização** capitalização Histórica x Capitalização Futura

$$Capitalização\ Histórica = \frac{N_{is}}{N_{ie}}$$

$$Capitalização\ Futura = (1+i_{TR_{nn}})^{\frac{DU}{252}}$$

$V_M$  valor de Mercado

$V'_M$  valor Remanescente X Fator Futuro

$Y$  taxa de juros pré - fixada

$i_c$  cupom do contrato

$DU_T$  dias úteis entre a data de emissão e a data de vencimento do contrato

$i_{TR_{nn}}$  taxa projetada da TRnn onde nn é o número do dia de vencimento do contrato

$N_{is}$  número Índice da TR na data da sessão dada pela curva da TRnn Histórica onde nn é o número do dia de vencimento do contrato

$N_{ie}$  número Índice da TR na data da emissão dada pela curva da TRnn Histórica onde nn é o número do dia de vencimento do contrato

### Swap a Termo

O swap a termo é um swap que oferece a facilidade da contratação prévia para uma data futura. Isto é, é um swap que tem data de início posterior à data de registro. Desta forma, o Valor Base pode ser corrigido por uma curva no período entre a data de início e a data de registro da operação.

Se definirmos que  $N$  é o valor base do contrato definido na data de registro, na data de início do contrato  $T_i$  ele valerá:

$$N_i = N_f$$

Onde  $f$  é o fator de capitalização da curva a termo do Swap e  $N$  é o valor inicial do Swap. Após a data de início, este Swap pode ser descrito como um Swap comum e, portanto:

$$Swap = N_i f_A - N_i f_P = N_i (f_A - f_P) = N_f (f_A - f_P)$$

Onde  $f_A$  e  $f_P$  são os fatores de capitalização das pernas ativa e passiva, respectivamente.

O modelo proposto para cada ponta é:

$$Swap_A = N f_A$$

$$Swap_P = N f_P$$

Onde os fatores  $f$ ,  $f_A$  e  $f_P$  são obtidos por curvas de expectativas dos indexadores.

### Swaps com Terceira Curva

O Swap com a funcionalidade de 3ª curva reflete uma operação de Swap simples, ou seja, a troca de indexadores entre Parte e Contraparte, adicionando-se a funcionalidade para uma ou outra. Esta funcionalidade pode trazer um benefício ou uma perda maior do que a projetada pelo swap simples, uma vez que haverá a comparação entre a 1ª ou 2ª curva com a 3ª curva, estabelecendo-se como curva válida aquela de maior ou menor valor, a depender daquilo que fora contratado entre as partes. Para fins didáticos, podemos simular a estrutura de um swap com 3ª curva através de um swap simples mais a compra (ativo – máximo, passivo – mínimo) ou venda (ativo – mínimo, passivo – máximo) de opções.

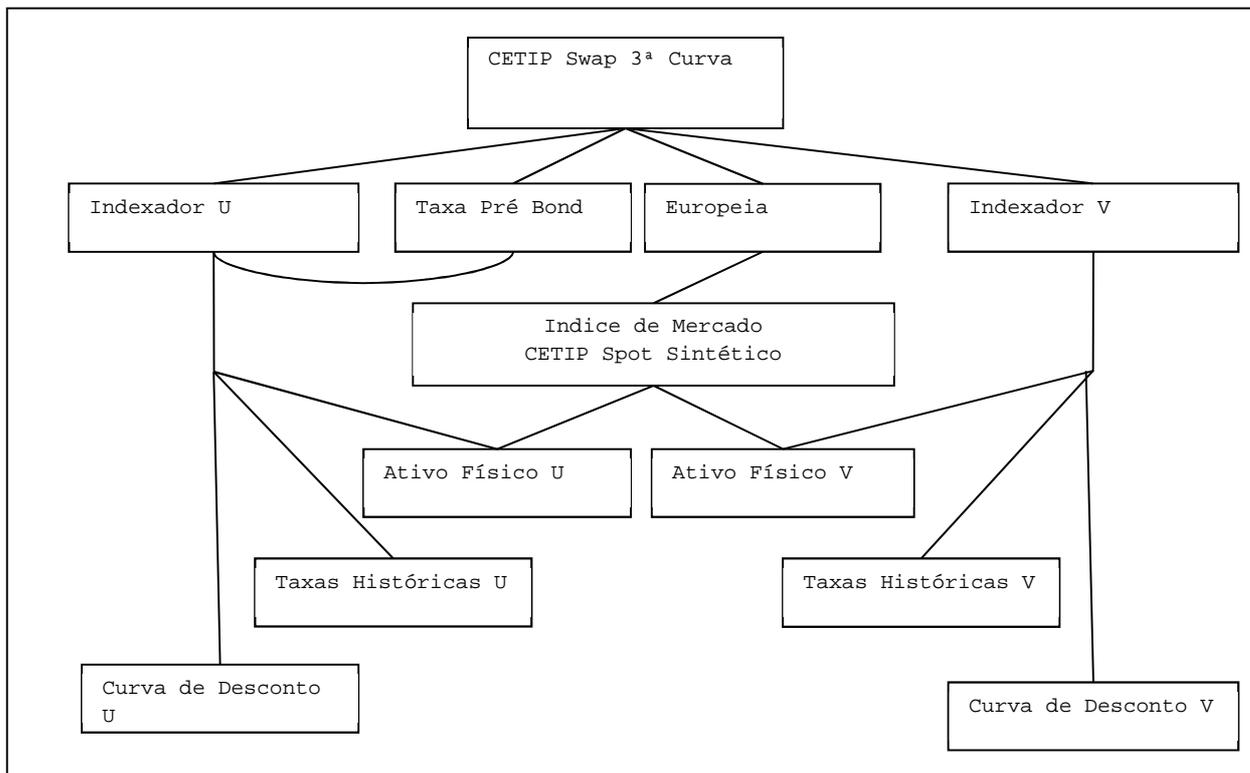
O MtM para este tipo de operação será calculado como a soma (ou diferença, dependendo do caso de ser uma compra/ venda de ativo/passivo) do MtM de um swap e o MtM de uma Opção.

Segue uma tabela resumo conceitual com a abstração dos detalhes:

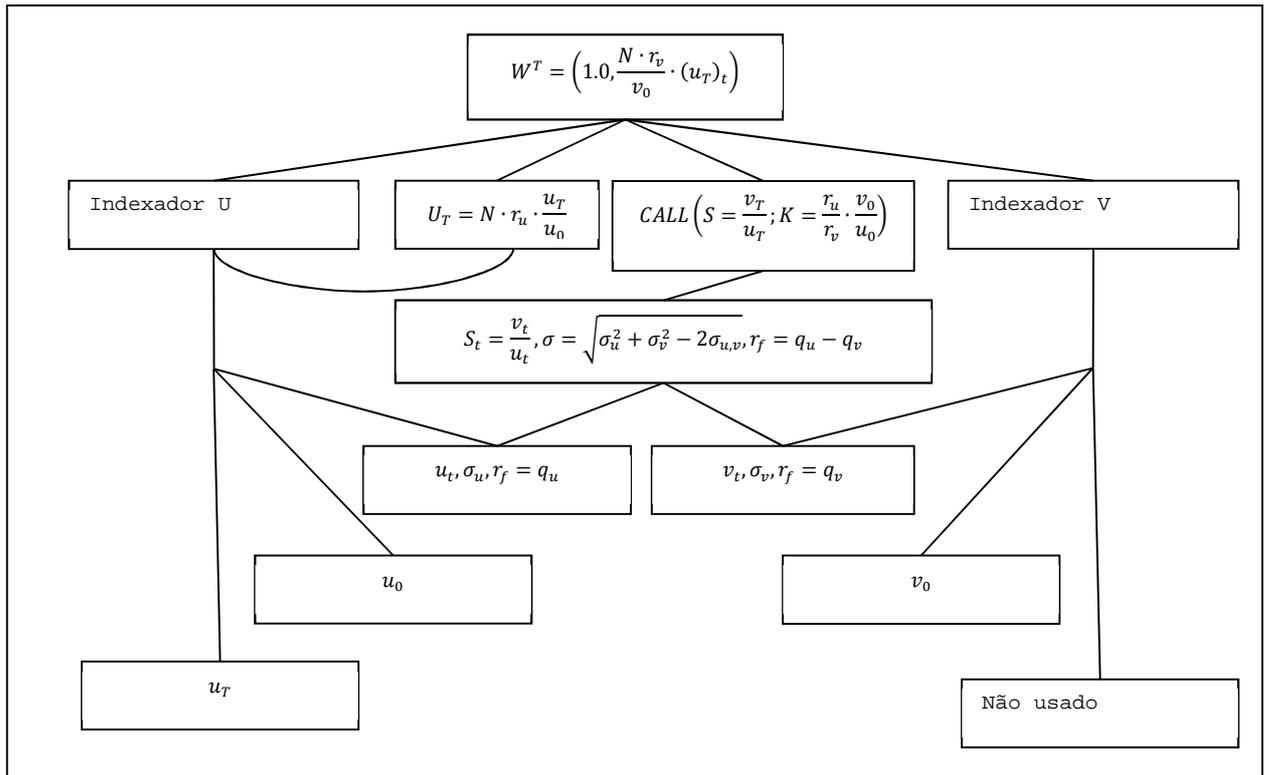
Seja A o indexador principal e B o Limitador (terceira curva)		Position Units	
Limitador superior	Ativo	+	$swap_{3curva} = BOND - PUT$

Limitador superior	Passivo	-	$swap_{3curva} = BOND - PUT$
Limitador inferior	Ativo	+	$swap_{3curva} = BOND + CALL$
Limitador inferior	Passivo	-	$swap_{3curva} = BOND + CALL$

A modelagem de marcação a mercado para o caso de operações de Swap com terceira curva segue o diagrama abaixo:



Com fórmulas correspondentes:



Onde:

Símbolo	Descrição
$N$	Notional, valor de face, medido na moeda do contrato.
$T$	Data do vencimento.
$t$	Data da simulação.
$r_u$	O fator multiplicativo representante do Taxa Cupom da perna U.
$r_v$	O fator multiplicativo representante do Coupon Rate da perna V.
$u_0$	O valor índice do indexador da perna U na data de início do contrato medido na moeda do contrato.
$u_T$	O valor índice do indexador da perna U na data de vencimento medido na moeda do contrato.
$v_0$	O valor índice do indexador da perna V na data de início do contrato medido na moeda do contrato.
$v_T$	O valor índice do indexador da perna V na data de vencimento medido na moeda do contrato.
$U_T$	O valor da perna U na data do vencimento.
$V_T$	O valor da terceira curva (limitador) V na data do vencimento.
$r_d$	A taxa de desconto parâmetro da opção, também chamada de taxa doméstica.
$r_f$	A taxa de dividendo parâmetro do ativo objeto da opção, também chamada de taxa estrangeira.
$q_u$	A taxa de dividendo do ativo U.
$q_v$	A taxa de dividendo do ativo V.
$\sigma$	A volatilidade parâmetro da opção.
$\sigma_u$	A volatilidade do ativo U medido na moeda do contrato. Esta volatilidade é obtida pelo acesso à superfície de volatilidade do ativo U de acordo com o termo e o moneyness da opção. Ver seção: volatilidade da razão.
$\sigma_v$	A volatilidade do ativo V medido na moeda do contrato. Esta volatilidade é obtida

	pelo acesso à superfície de volatilidade do ativo V de acordo com o termo e o moneyness da opção. Ver seção: volatilidade da razão.
$\rho$	A correlação entre os ativos U e V medidos na moeda do contrato.
$\sigma_{u,v}$	A covariância entre U e V.

Fonte: Algorithmics

### Swap com Opção de Arrependimento

Participante titular paga prêmio na data de registro para ter direito de, a qualquer data, inclusive no vencimento, poder exercer a opção de arrependimento sobre o contrato, o que o rescindiré sem apuração de resultado financeiro deste.

Entretanto, a outra contraparte assume uma obrigação de pagamento em caso de ajuste negativo, assim como uma operação de Swap Bullet comum que temos no mercado.

A curva com opção de arrependimento é tratado como um swap com terceira curva, onde a terceira curva é o indexador da ponta da contraparte que não possui a opção de arrependimento.

A terceira curva é um limitador do tipo inferior, indiferente se é ativa ou passiva.

Uma diferença é que este swap com arrependimento é modelado como um swap com terceira curva onde a opção implícita do swap é do tipo Americana e não Europeia, como no caso do swap com terceira curva propriamente dito.

### Swaps com Limitador

Operação de swap com limitador é caracterizada pela troca de fluxos financeiros entre duas partes, onde a primeira concorda em pagar a variação de preço de um ativo e receber a variação de preço de outro, enquanto a contraparte assume as posições contrárias. Há limites estipulados para as variações dos preços dos ativos a serem negociados.

Tomando como exemplo um SWAP de Dólar x CDI a perna do SWAP indexada ao Dólar possui um fator limitador inferior de 1.10. Com isso temos que o menor valor de dólar aceito para corrigir o valor base do instrumento é equivalente a 1.10 do valor do dólar no lançamento do contrato, ou seja, a menor variação do dólar aceita para a correção do contrato é de 1.10, ou 110%. No vencimento, temos que o valor base desse contrato é corrigido da seguinte maneira:

$$N_T = N_0 \frac{I_T}{I_0}$$

Onde  $I_0$  é o indexador no lançamento do contrato (data de emissão),  $I_T$  é o indexador na data de vencimento,  $N_T$  e  $N_0$  são os valores base nestas respectivas datas.  $N_T$  define o principal à ser pago no vencimento, assim como o valor dos juros pagos no vencimento,  $L_{inf}$  é o limitador inferior,  $L_{sup}$  é limitador superior. . Se a curva do indexador for limitada, por baixo e por cima,  $N_T$  é descrito da seguinte maneira:

$$N_T = N_0 \cdot \begin{cases} I_T \leq L_{inf} \rightarrow \frac{L_{inf}}{I_0} & (1) \\ L_{inf} < I_T < L_{sup} \rightarrow \frac{I_T}{I_0} & (2) \\ I_T \geq L_{sup} \rightarrow \frac{L_{sup}}{I_0} & (3) \end{cases}$$

O objetivo é encontrar uma solução geral para  $N_T$  que contemple todas as regiões descritas acima.

### Região abaixo do limite inferior

Nesta região temos:

$$N_T = N_0 \cdot \frac{L_{inf}}{I_0}$$

Vamos somar e subtrair  $N_0 \cdot \frac{I_T}{I_0}$  para introduzir o termo da Região 2. Dessa forma, teremos:

$$N_T = N_0 \cdot \frac{I_T}{I_0} + \frac{N_0}{I_0} (L_{inf} - I_T)$$

Agora é importante atentar que o segundo termo na Região 1, onde  $I_T \leq L_{inf}$ , é sempre positivo e na Região 2 ele não existe, logo, deve ser 0. Assim podemos reescrever a equação de forma que atenda as Regiões 1 e 2 simultaneamente.

$$N_T = N_0 \cdot \frac{I_T}{I_0} + \frac{N_0}{I_0} \mathbf{max}(L_{inf} - I_T; 0)$$

Se consideramos  $B_{inf}$  como o preço de exercício de uma opção de venda podemos reescrever a equação acima da seguinte forma:

$$N_T = N_0 \cdot \frac{I_T}{I_0} + \frac{N_0}{I_0} \mathbf{PUT}(K = L_{inf})$$

### Região acima do limite superior

Desenvolvendo a mesma abordagem da Região 1 temos chegamos à:

$$N_T = N_0 \cdot \frac{I_T}{I_0} - \frac{N_0}{I_0} \mathbf{max}(I_T - L_{sup}; 0)$$

ou

$$N_T = N_0 \cdot \frac{I_T}{I_0} - \frac{N_0}{I_0} \mathbf{CALL}(K = L_{sup})$$

Esta equação é válida nas Regiões 2 e 3 simultaneamente.

### Equação Final

Como as opções descritas nas sessões anteriores valem apenas para as regiões nas quais foram definidas, podemos juntar as duas soluções e obter assim uma equação geral para todas as regiões simultaneamente.

$$N_T = N_0 \cdot \frac{I_T}{I_0} + \frac{N_0}{I_0} [\mathbf{PUT}(K = L_{inf}) - \mathbf{CALL}(K = L_{sup})]$$

Na prática ainda existe a taxa de juros cobrada além da variação do indexador. Como esta taxa de juros também corrige o Notional ela deve ser aplicada em ambos os termos, assim:

$$N_T = \frac{N_0}{I_0} (1 + s) [I_T + \mathbf{PUT}(K = L_{inf}) - \mathbf{CALL}(K = L_{sup})]$$

### Swap de taxa de juros com fator limitador

Neste caso os fatores limitadores são as próprias taxas. Os fatores limitadores atuam limitando a correção do Notional de uma das pernas do SWAP.

### Swaps com Opção de Arrependimento e Limitador

#### Caso 1 – Perna ativa indexada a moeda com limitador de baixa, acoplada a perna passiva pré com opção de arrependimento

Neste caso, a parte do swap tem sua perna ativa com perda limitada por um limitador de baixa, e ao mesmo tempo a contraparte pode exercer uma opção de arrependimento. O efeito é o de que a parte nunca ganha, mas a perda é limitada.

Se a perna ativa ficar abaixo da passiva, ocorre o caso 1a, onde  $A < P$  e o titular do swap (parte) está perdendo, mas sua perda é limitada. O direito de arrependimento está com a contraparte e não será exercido, pois a contraparte está ganhando.

Para modelar o limitador, cria-se uma opção que anula o valor  $(L-A)$ , de modo que ao somar  $A + (L-A)$  a ponta ativa resulte igual ao limitador, dando um ajuste  $= L-P$ . O valor  $(L-A)$  é obtido por uma PUT. A soma é uma compra para a ponta ativa, ou seja, a ponta A possui a PUT.

A ponta ativa considera o limitador por meio de uma opção que no total anula a perda da ponta ativa. Além disto, ela precisa considerar que a outra ponta tem arrependimento, pois se a ponta ativa passar acima da passiva, dá origem ao caso 1b, em que o arrependimento pode ser exercido e afeta o valor do swap como um todo.

Quando a ponta ativa está acima da passiva, o limitador não é disparado, mas a contraparte, por estar perdendo, pode exercer o arrependimento. Para modelar o arrependimento, cria-se uma opção que anula o valor  $(A-P)$ , de modo que ao subtrair  $A - (A-P)$  a ponta ativa resulte igual à passiva, dando um ajuste  $= 0$ . O valor  $(A-P)$  é obtido por uma CALL. A subtração é uma venda para a ponta dólar; é uma compra para a ponta pré, ou seja, a ponta P possui a CALL.

Vimos que o limitador é uma compra de uma PUT na ponta dólar onde o preço de exercício é  $L$ .

Vimos que o arrependimento é uma venda de uma CALL na ponta dólar onde o preço de exercício é  $K$  e precisa ser calculado, a seguir:

Seja  $N$  o Notional,  $S_T$  o dólar no vencimento  $T$ ,  $S_i$  o dólar na data de início do contrato. O ativo  $A$ , no vencimento, será:

$$A = N \cdot \frac{S_T}{S_i}$$

Seja o passivo  $P$  um pré-fixado de fluxo de caixa futuro  $F$  no vencimento. Então  $P=F$ . Vamos então encontrar o preço de exercício tal que  $A=P$ .

$$N \cdot \frac{S_T}{S_i} = F$$

Então, o dólar no vencimento será:

$$S_T = F \cdot \frac{S_i}{N}$$

E  $K$  é o preço de exercício:

$$K = F \cdot \frac{S_i}{N}$$

O swap líquido é a subtração das duas pernas:

$$SWAP = SWAP_A - SWAP_B$$

Onde as pernas são respectivamente:

$$SWAP_A = BOND(S) + PUT(S, L) \cdot w$$

$$SWAP_P = BOND + CALL(S, K) \cdot w$$

Onde  $S$  é o ativo objeto dólar e  $S$  é o Notional dividido pelo dólar na data de início.

$$w = \frac{S_i}{N}$$

### **Caso 2- Perna ativa indexada a moeda, com limitador de alta e opção de arrependimento**

Neste caso, a perna ativa tem ao mesmo tempo limitador e opção de arrependimento.

Quando a ponta ativa está muito acima da passiva, pode atingir o limitador de alta e o ganho é limitado. Quando a ponta ativa está abaixo da passiva, o titular está perdendo e pode se arrepender a qualquer momento.

A perna passiva não possui nenhuma funcionalidade e não tem particularidades. O efeito é que a parte nunca perde, mas tem seu ganho limitado.

Para modelar o limitador, cria-se uma opção que anula o valor (A-L), de modo que ao subtrair  $A - (A-L)$  a ponta ativa resulte igual ao limitador, dando um ajuste = L-P. O valor (A-L) é obtido por uma CALL. A subtração é uma venda para a ponta ativa, ou seja, a ponta A vendeu uma CALL.

Para modelar o arrependimento, cria-se uma opção que anula o valor (P-A), de modo que ao somar  $A + (P-A)$  a ponta ativa resulte igual à passiva, dando um ajuste = 0. O valor (P-A) é obtido por uma PUT. A soma é uma compra para a ponta dólar; a ponta A possui uma PUT.

Vimos que o limitador é uma venda de uma CALL na ponta dólar onde o preço de exercício é L.

Vimos que o arrependimento é uma compra de uma PUT na ponta dólar onde o preço de exercício é K e precisa ser análogo ao caso 1:

$$K = F \cdot \frac{S_i}{N}$$

O swap líquido é a subtração de duas pernas:

$$SWAP = SWAP_A - SWAP_B$$

Onde as pernas são respectivamente:

$$SWAP_A = BOND(S) - CALL(S, L) \cdot w + PUT(S, K) \cdot w$$

$$SWAP_P = BOND$$

### Swaps com Reset

Nesta modalidade de Swap são permitidos pagamentos de ajustes periódicos, que poderão ser acionados pelos seguintes critérios:

- Data - permite somente o pagamento de ajuste na (s) data (s) informada(s);
- Valor - o pagamento será permitido quando a diferença das curvas marcadas a mercado for maior que o valor informado neste parâmetro;
- data ou valor - possibilita a utilização conjunta dos dois parâmetros anteriores;
- data e valor - o disparo do ajuste ficará condicionado a data(s) predeterminada(s) e nos casos em que a diferença das curvas marcadas a mercado ultrapasse determinado valor.

Por ocasião do pagamento de ajuste, e em função da marcação a mercado, é permitida a alteração dos seguintes parâmetros:

- Valor base do contrato;
- Cupom de juros;
- Percentual do índice de atualização;
- Cotação base da moeda para valorização cambial - Cupom limpo; e
- Limites de alta e baixa para curvas de atualização (somente Libor e TJMI).

Por esse motivo, quando do pagamento do ajuste (reset), iremos supor que o contrato venceu e um novo contrato foi registrado com a alteração dos parâmetros acima. A data de registro passa a ser a data do pagamento do reset. O pagamento do reset pode ocorrer mais de uma vez para o mesmo contrato.

Portanto, é necessário verificar, diariamente, se a liquidação do reset ocorreu, porque mesmo sendo verificadas as condições para pagamento do ajuste, as partes poderão optar pela não liquidação financeira do mesmo.

Optando pela liquidação do ajuste, a modalidade de liquidação pode ser Bilateral ou Bruta, conforme horário da janela de liquidação ou Sem modalidade. Optando por não liquidar o contrato, não é permitida qualquer alteração nos parâmetros. Nesse caso, o contrato continua valendo e nada será alterado.

### Opções Flexíveis

O contrato de opções dá ao seu titular o direito de comprar ou de vender determinada moeda/ação/índice, a um preço de exercício determinado em uma data de exercício. A opção permite a inclusão de um limitador, de alta (Cap) se a opção for de compra (Call) ou de baixa (Floor) se a opção for de venda (Put).

O limitador tem por objetivo estabelecer um preço máximo para efeito de exercício da opção de compra e um preço mínimo para efeito de exercício de opção de venda. Não havendo limitador de alta ou de baixa, ou se o mesmo não for atingido, a opção será exercida pelo diferencial entre o preço de exercício e o preço do instrumento financeiro à vista. Caso o preço à vista na data de exercício ultrapasse o limite existente, a opção será exercida pelo diferencial entre o referido limite e o preço de exercício.

O exercício de Opções Flexíveis sobre Taxa de Câmbio, Ações ou Índice pode ser efetuado do dia útil seguinte ao registro até a data de vencimento (opção no estilo americano) ou exclusivamente na data de vencimento (opção no estilo europeu).

É possível registrar contratos referenciados em moedas estrangeiras cotadas contra o real, bem como, registrar contratos com Opções de Paridade que permitem fechar contratos entre duas moedas estrangeiras distintas.

Além disso, é permitido registrar Opções na modalidade Asiática, em que a taxa de câmbio ou preço da ação/índice, utilizada para liquidação da operação, é resultante da média de taxas/preços vigentes em datas previamente fixadas no registro do contrato.

É permitido também, fixar um gatilho para efetivar (knock in) e/ou cancelar (knock out) os Contratos de Opções.

A seguir, detalharemos os contratos de Opções Flexíveis de Paridade e de Índice, que podem ser vinculados a cesta de garantia, assegurando maior competitividade aos negócios. Neste caso, o registro do contrato de opções flexíveis é finalizado, somente, após efetuar a vinculação no Módulo de Manutenção de Garantias

### Opções Flexíveis de Índice

Seguem as características dos Contratos de Opções Flexíveis de Índice para os quais a Cetip poderá ser indicada como "Agente de Cálculo":

- Índices: Índice DI e Ibovespa;

- Contratos que possuam:

- Limite;
- Barreira Simples (knock in ou knock out) com exercício do tipo Européia;
- Média asiática simples ou ponderada;
- Com ou sem cross-rate;
- Cotação para o vencimento igual a d-1.

Para a realização da marcação a mercado deste tipo de contrato, foi necessário escolher modelos teóricos distintos para cada uma das modalidades possíveis de registro na Cetip, conforme a seguir:

Opção de <b>Índice</b>	Modelo Teórico
Americana	Barone-Adesi e Whaley
Européia	Black – Scholes
Asiática	Turnbull e Wakeman
Com Barreira Simples	Reiner e Rubinstein

### Opções Flexíveis de Moeda

Assim como no caso das opções flexíveis de índice, a marcação a mercado para este tipo de contrato está sendo realizada pela Cetip apenas para um grupo de contratos que possuam as seguintes características:

- Moedas de Referência/Cotada: Dólar dos EUA, Dólar Australiano, Dólar Canadense, Franco Suíço, Iuan Renmimbi, Coroa Dinamarquesa, Euro, Libra Esterlina, Iene, Dólar/Nova Zelândia, Coroa Sueca, Coroa Norueguesa, Nova Lira/Turquia e Real.

- Contratos que possuam:

- Limite;
- Barreira (knock in ou knock out) com exercício do tipo Européia;
- Média asiática simples ou ponderada;
- Com ou sem "cross-rate";
- Cotação para o vencimento igual a d-1.
- Cotação para o vencimento igual a d-2 está sendo tratada como Cotação para o vencimento igual a d-1.

Devido à especificidade de cada uma das modalidades de opções flexíveis de moeda, novamente, foi imprescindível que diferentes modelos teóricos fossem utilizados na marcação a mercado deste tipo de contrato. São eles:

Opção de <b>Moeda</b>	Modelo Teórico
Dólar e Paridade Americana	Barone-Adesi e Whaley
Dólar e Paridade Européia	Black - Scholes
Dólar e Paridade Asiática	Turnbull e Wakeman
Dólar e Paridade Com Barreira Simples	Reiner e Rubinstein

### Box (Estratégia de Renda Fixa)

A Estratégia de Renda Fixa com Opções Flexíveis sobre Taxa de Câmbio (Box de Duas Pontas) consiste na negociação simultânea de quantidades idênticas de opções flexíveis de compra (Call) e de venda (Put) sobre taxa de câmbio, com preços de exercícios iguais a cotações de prêmios distintos, na forma européia de exercício, com mesma data de vencimento e com previsão de limitadores de alta e de baixa do preço à vista.

Através da Estratégia de Renda Fixa, o titular das opções de compra e de venda efetua a aplicação de um determinado valor em Reais sob a forma de pagamento dos prêmios relativos às opções na data de exercício, ou por ocasião do encerramento antecipado da operação, recebe o valor aplicado acrescido da remuneração acordada.

É importante destacar que serão marcados a mercado pela Cetip os contratos de Box que possuam opções flexíveis sobre as seguintes moedas: Dólar dos EUA, Dólar Australiano, Dólar Canadense, Franco Suíço, Iuan Renmimbi, Coroa Dinamarquesa, Euro, Libra Esterlina, Rupia Indiana, Iene, Dólar/Nova Zelândia, Coroa Sueca e Real.

## CONTRATOS OBJETO DE MARCAÇÃO A MERCADO PELA CETIP

Tipo de Derivativo	Característica do Contrato
<b>SWAP PAGAMENTO FINAL</b>	<p>Curvas: DI, DI 360d, SELIC, Prefixado (252 ou 360), IGPM, IPCA, IGPDI, INPC, TR, Dólar (*) (com ou sem Cupom Limpo), Euro (com ou sem Cupom Limpo), Euro-BCE (com ou sem Cupom Limpo), Iene (com ou sem Cupom Limpo), Dólar Comercial Exp. (com ou sem Cupom Limpo), Franco Suíço (com ou sem Cupom Limpo), Franco Suíço-BCE (com ou sem Cupom Limpo), LIBOR, TJLP e Ibovespa de Liquidação (**).</p> <p>Contratos que possuam:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Limitadores;</li> <li>• Agenda de Prêmio;</li> <li>• Swap a Termo;</li> <li>• Opção de Arrependimento;</li> <li>• Terceira Curva;</li> <li>• Swap com reset;</li> <li>• Swap com prêmio ; e</li> <li>• Sem funcionalidades.</li> </ul> <p>Não estão contemplados os Contratos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Com TR escolhida;</li> <li>• Com % da curva diferente de 100% (exceto contratos de DI e Selic);</li> <li>• Com funcionalidades diferentes de: Limitadores, Agenda de Prêmio, Opção de Arrependimento, Terceira Curva, com Reset, com Premio, a Termo;</li> <li>• Swap a Termo: com Limitadores, Agenda de Prêmio, Opção de Arrependimento, Terceira Curva, com Reset, com Premio, no período a Termo. Após o período a Termo o contrato é calculado.</li> </ul>

(\*) Para contratos de dólar, a marcação a mercado utilizará como indexador o dólar Cupom Limpo divulgado pela BM&FBovespa, independentemente do dólar indicado como fonte de informação no registro do contrato.

(\*\*) Para contratos de Ibovespa Liquidação, o indexador utilizado é o Ibovespa de Fechamento.

### Tipo de Derivativo

### Característica do Contrato

#### SWAP Fluxo de Caixa Constante

Curvas: DI, DI 360d, Prefixado (252 ou 360), Dólar (\*) (com ou sem Cupom Limpo), EURO (Com e sem Cupom Limpo), EURO-BCE (Com e sem Cupom Limpo), Franco Suíço-BCE (Com e sem Cupom Limpo) e LIBOR.

Contratos que possuam:

- Amortização sobre o Valor Base Original;
- Juros em dias corridos e meses;
- Amortização em dias corridos, em meses, na data de vencimento e sem troca de amortização;
- Sem troca de Amortização;
- Agenda de Prêmio.

Não estão contemplados os Contratos:

- Com % da Curva diferente de 100% (exceto para os contratos de DI);
- Swap a Termo. Após o período a Termo o contrato é calculado.

#### SWAP Fluxo de Caixa Não Constante

Curvas: DI, DI 360d, Prefixado (252 ou 360), Dólar (\*) (com ou sem Cupom Limpo), EURO (Com e sem Cupom Limpo), EURO-BCE (Com e sem Cupom Limpo) e LIBOR.

Contratos que possuam:

- Amortização sobre o Valor Base Original; e
- Agenda de Prêmio.

Não estão contemplados os Contratos:

- Com % da Curva diferente de 100% (exceto para os contratos de DI);
- Swap a Termo. Após o período a Termo o contrato é calculado.

#### Termo com Fluxo

Todos os contratos serão passíveis de cálculo.

#### Termo de Índice

Todos os contratos serão passíveis de cálculo.

#### Termo de Mercadorias

Mercadorias Metálicas: Alumínio e Cobre negociados na LME. Mercadorias Agrícolas: Açúcar, Algodão e Café negociados na NYBOT; Boi, Café, Etanol e Milho negociados na BMF; Milho e Soja negociados na CBOT. Moedas: Dólar dos EUA, Dólar Australiano, Dólar Canadense, Franco Suíço, Iuan Renmimbi, Coroa Dinamarquesa, Euro, Libra Esterlina, Rupia, Iene, Dólar/Nova Zelândia, Coroa Sueca, Nova Lira/Turquia e Real;

(\*) Para contratos de dólar, a marcação a mercado utilizará como indexador o dólar Cupom Limpo divulgado pela BM&FBovespa, independentemente do dólar indicado como fonte de informação no registro do contrato.

Tipo de Derivativo	Característica do Contrato
<b>Termo de Moedas</b>	Moedas de Referência/Cotada: Dólar dos EUA, Dólar Australiano, Dólar Canadense, Franco Suíço, Iuan Renmimbi, Coroa Dinamarquesa, Euro, Libra Esterlina, Rupia Indonésia, Rúpia Indiana, Iene, Dólar/Nova Zelândia, Coroa Sueca, Coroa Norueguesa, Nova Lira/Turquia e Real;
<b>Opções Flexíveis - Índice</b>	Índices: Índice DI e Ibovespa;  Contratos que possuam: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Limite;</li> <li>• Barreira (knock in ou knock out) com exercício do tipo Européia;</li> <li>• Média asiática simples ou ponderada;</li> <li>• Com ou sem cross-rate;</li> <li>• Cotação para o vencimento igual a d-1.</li> </ul>
<b>Opções Flexíveis - Mercadorias</b>	Opções Indexadas a Alumínio, Cobre, Níquel, Zinco, Açúcar, Milho, Café, Boi, Soja, Algodão, Etanol. Negociados nas Bolsas: LME, NYSE, CBOT, LIFFE, NYBOT, BM&F.  Contratos que possuam: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Limite;</li> <li>• Barreira (knock in ou knock out) com exercício do tipo Européia;</li> <li>• Média asiática simples ou ponderada; e</li> <li>• Cotação para o vencimento igual a d-1.</li> </ul>
<b>Opções Flexíveis - Ações</b>	Contratos que possuam: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Limite;</li> <li>• Barreira (knock in ou knock out) com exercício do tipo Européia;</li> <li>• Média asiática simples ou ponderada; e</li> <li>• Cotação para o vencimento igual a d-1.</li> </ul>

### Opções Flexíveis - Moeda

Moedas de Referência/Cotada: Dólar dos EUA, Dólar Australiano, Dólar Canadense, Franco Suíço, Iuan Renmimbi, Coroa Dinamarquesa, Euro, Libra Esterlina, Iene, Dólar/Nova Zelândia, Coroa Sueca, Coroa Norueguesa, Nova Lira/Turquia e Real;

Contratos que possuam:

- Limite;
- Barreira (knock in ou knock out) com exercício do tipo Européia;
- Média asiática simples ou ponderada;
- Com ou sem cross-rate;
- Cotação para o vencimento igual a d-1.
- Cotação para o vencimento igual a d-2 está sendo tratada como Cotação para o vencimento igual a d-1.

### Estratégia de Renda Fixa (BOX)

Moedas: Dólar dos EUA, Dólar Australiano, Dólar Canadense, Franco Suíço, Iuan Renmimbi, Coroa Dinamarquesa, Euro, Libra Esterlina, Rupia Indiana, Iene, Dólar/Nova Zelândia, Coroa Sueca, e Real

(\*) Para contratos de dólar, a marcação a mercado utilizará como indexador o dólar Cupom Limpo divulgado pela BM&FBovespa, independentemente do dólar indicado como fonte de informação no registro do contrato.

Para contratos de Opção com Prêmio Agendado, não está sendo considerado o valor de prêmio no modelo teórico utilizado para cálculo de MtM.

Para contratos de Opção com Rebate, não está sendo considerado o valor de rebate no modelo teórico utilizado para cálculo de MtM. Esse modelo está sob revisão.

Para contratos registrados com a funcionalidade para redução de risco de crédito (DRRC) o valor de marcação a mercado não é atualizado com o montante do redutor de crédito.

## Anexo - MODELOS DE APREÇAMENTO DE OPÇÕES

### BLACK - SCHOLES

Fischer Black e Myron Scholes inicialmente apresentaram a fórmula de Black-Scholes em um artigo em 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities." Robert C. Merton foi o primeiro a publicar um artigo expandido a compreensão matemática do modelo de precificação de opções e cunhou o termo modelo de precificação de opções de "Black-Scholes".

Este modelo é usado para opções européias cujo ativo subjacente é um ativo à vista (e não um futuro). A opção sobre um ativo a vista, quando exercida, faz com que o detentor da opção, na data de exercício, adquira uma posição do ativo subjacente da opção a um preço pré - determinado. É baseado na condição de não arbitragem, ou seja, determina um único preço.

Segundo o modelo, o preço de uma opção de compra (C) e uma opção de venda (P) sem dividendos é determinado pelas equações a seguir:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rt} N(d_2)$$

$$P = Xe^{-rt} N(-d_2) - SN(-d_1)$$

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

S	preço do ativo objeto
X	preço de exercício (strike) da opção
r	taxa de juros livre de risco
T	prazo até a data de exercício da opção
$\sigma$	volatilidade da opção
N(X)	função probabilidade acumulada de uma distribuição Normal padrão

**BARONE-ADESI e WHALEY**

Seja  $P(S)$  o preço de uma opção de venda europeia, o valor de uma opção de venda americana é estimado pela equação abaixo:

$$Put(S) = \begin{cases} P(S) + A_1 \left( \frac{S}{S^{**}} \right)^{\gamma_1}, & \text{para } S > S^{**}, \\ X - S, & \text{para } S \leq S^{**} \end{cases}$$

$$X - S^{**} = p(S^{**}) - \left[ 1 - e^{(b-r)T} N[-d_1(S^{**})] \right] \frac{S^{**}}{\gamma_1}$$

Onde:

$$\gamma_1 = 0,5 \cdot \left[ -(\beta - 1) - \sqrt{(\beta - 1)^2 + \frac{4\alpha}{h}} \right]$$

$$A_1 = - \left( \frac{S^{**}}{\gamma_1} \right) \left[ 1 - e^{-\delta(T-t)} N[-d_1(S^{**})] \right]$$

$$\beta = \frac{2(r - \delta)}{\sigma^2}, \quad h = 1 - e^{-r(T-t)}, \quad \alpha = \frac{2r}{\sigma^2}$$

Onde:

- S preço do ativo objeto
- X preço de exercício (strike) da opção
- r taxa de juros livre de risco
- T prazo até a data de exercício da opção
- $\sigma$  volatilidade da opção
- b custo de capital

**TURNBULL e WAKEMAN**

De acordo com esse modelo, o preço de uma opção de compra (C) e uma opção de venda (P) é determinado pelas equações a seguir:

$$C = Se^{(b_A-r)T_2}N(d_1) - Xe^{-rT_2}N(d_2)$$

$$P = Xe^{-rT_2}N(d_2) - Se^{(b_A-r)T_2}N(d_1)$$

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(b_A + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T_2}{\sigma_A\sqrt{T_2}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A\sqrt{T_2}$$

E variáveis:

- S preço do ativo objeto
- X preço do exercício (strike) da opção
- r taxa de juros
- T2 prazo remanescente até o vencimento
- $\sigma_A$  volatilidade da opção
- N(x) função probabilidade acumulada de uma distribuição Normal Padrão

Adicionalmente:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\ln(M_2)}{T} - 2b_A}$$

$$b_A = \frac{\ln(M_1)}{T}$$

Os primeiro e segundo momentos da média aritmética (M1 e M2, respectivamente) são:

$$M_1 = \frac{e^{bT} - e^{b\tau}}{b(T - \tau)}$$

$$M_2 = \frac{2e^{(2b+\sigma^2)\tau}}{(b + \sigma^2)(2b + \sigma^2)(T - \tau)^2} + \frac{2e^{(2b+\sigma^2)\tau}}{b(T - \tau)^2} \left[ \frac{1}{2b + \sigma^2} - \frac{e^{b(T-\tau)}}{b + \sigma^2} \right]$$

Onde:

$\tau$  tempo inicial do período médio

$T$  prazo até a data do exercício da opção

### REINER e RUBINSTEIN

As fórmulas utilizadas para a precificação de opções europeias com barreira foram desenvolvidas por Merton (1973) e Reiner e Rubinstein (1991). Iremos definir, primeiramente, variáveis auxiliares, já que através da combinação delas é possível obter o prêmio das opções com barreira.

Sejam as variáveis auxiliares A, B, C, D, E e F, definidas como:

$$A = \phi S e^{(b-r)T} N(\phi x_1) - \phi X e^{-rT} N(\phi x_1 - \phi \sigma \sqrt{T})$$

$$B = \phi S e^{(b-r)T} N(\phi x_2) - \phi X e^{-rT} N(\phi x_2 - \phi \sigma \sqrt{T})$$

$$C = \phi S e^{(b-r)T} (H/S)^{2(\mu+1)} N(\eta y_1) - \phi X e^{-rT} (H/S)^{2\mu} N(\eta y_1 - \eta \sigma \sqrt{T})$$

$$D = \phi S e^{(b-r)T} (H/S)^{2(\mu+1)} N(\eta y_2) - \phi X e^{-rT} (H/S)^{2\mu} N(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T})$$

$$E = K e^{-rT} \left[ N(\eta x_2 - \eta \sigma \sqrt{T}) - (H/S)^{2\mu} N(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T}) \right]$$

$$F = K \left[ (H/S)^{\mu+\lambda} N(\eta z) + (H/S)^{\mu-\lambda} N(\eta z - 2\eta \lambda \sigma \sqrt{T}) \right]$$

Onde

$$x_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu)\sigma\sqrt{T}$$

$$x_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu)\sigma\sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{SX}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu)\sigma\sqrt{T}$$

$$y_2 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu)\sigma\sqrt{T}$$

$$z = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}$$

$$\mu = \frac{b - \sigma^2 / 2}{\sigma^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

- S preço do ativo objeto
- X preço de exercício (strike) da opção
- T prazo até a data de exercício da opção
- r taxa de juros livre de risco
- b custo de carregamento
- $\sigma$  volatilidade do ativo objeto
- H preço de barreira (knock-in ou knock-out)
- K preço de rebate

Após as definições das variáveis, é possível demonstrar as fórmulas utilizadas na marcação a mercado das opções com Barreira.

- **Barreiras do tipo Knock-in**

O direito de exercício passa a existir somente se o preço do ativo-objeto "S" atingir o preço da barreira "H" antes da data de vencimento "T".

As opções com knock-in podem ser classificadas como in-and-down ( $S > H$ ) ou in-and-up ( $S < H$ ).

Conforme mencionado anteriormente, os prêmios dessas opções são obtidos por meio da combinação das variáveis, sendo:

$$call_{in-and-down (X > H)} = C + E \quad \eta = 1, \phi = 1$$

$$call_{in-and-down (X < H)} = A - B + D + E \quad \eta = 1, \phi = 1$$

$$put_{in-and-down (X > H)} = B - C + D + E \quad \eta = 1, \phi = -1$$

$$put_{in-and-down (X < H)} = A + E \quad \eta = 1, \phi = -1$$

$$call_{in-and-up (X > H)} = A + E \quad \eta = -1, \phi = 1$$

$$call_{in-and-up (X < H)} = B - C + D + E \quad \eta = -1, \phi = 1$$

$$put_{in-and-up (X > H)} = A - B + D + E \quad \eta = -1, \phi = -1$$

$$put_{in-and-up (X < H)} = C + E \quad \eta = -1, \phi = -1$$

- **Barreiras do tipo Knock-out**

São similares às opções tradicionais, mas podem deixar de existir caso o preço do ativo-objeto "S" atinja a barreira knock-out antes da data de vencimento.

A barreira knock-out pode ser do tipo out-and-down ou out-and-up.

Os prêmios são calculados de acordo com as seguintes fórmulas:

$$call_{out-and-down}(X > H) = A - C + F \quad \eta = 1, \phi = 1$$

$$call_{out-and-down}(X < H) = B - D + F \quad \eta = 1, \phi = 1$$

$$put_{out-and-down}(X > H) = A - B + C - D + F \quad \eta = 1, \phi = -1$$

$$put_{out-and-down}(X < H) = F \quad \eta = 1, \phi = -1$$

$$call_{out-and-up}(X > H) = F \quad \eta = -1, \phi = 1$$

$$call_{out-and-up}(X < H) = A - B + C - D + F \quad \eta = -1, \phi = 1$$

$$put_{out-and-up}(X > H) = B - D + F \quad \eta = -1, \phi = -1$$

$$put_{out-and-up}(X < H) = A - D + F \quad \eta = -1, \phi = -1$$