BM&FBOVESPA
A Nova Bolsa

02 de maio de 2011
022/2011-DP

OFÍCIO CIRCULAR

Participantes dos Mercados da BM&FBOVESPA (BVMF) – Segmento BM&F

Revogado pelo Ofício Circular nº 046-2014DP, de 15 de agosto de 2014

Ref.: **Margem de Garantias para os Contratos de Opções Flexíveis – Nova Metodologia.**

Visando aumentar a eficiência dos sistemas de riscos e reduzir a fragmentação das metodologias utilizadas no cálculo da margem de garantias dos diferentes produtos da BM&FBOVESPA, comunicamos que, a partir de **16/05/2011**, será adotado novo método de cálculo de margem de garantias para os contratos de opções flexíveis, que substituirá o vigente, atualizado em 14/08/2003 e baseado nos conceitos de *payoff* em cenários de estresse.

A nova metodologia, apresentada no Anexo, consiste em adequar o modelo de *full valuation*, atualmente empregado no cálculo da margem de garantia para opções listadas, para o tratamento de contratos de opções flexíveis.

Os parâmetros, os cenários e as curvas dos diferentes indexadores utilizados para cálculo da margem de garantias serão diariamente divulgados no site da BM&FBOVESPA (www.bmfbovespa.com.br).

Esclarecimentos adicionais poderão ser obtidos com a Diretoria de Administração de Risco, pelos telefones (11) 2565-4199 e 2565-5361.

Atenciosamente,

Edemir Pinto
Diretor Presidente

Amarílis Prado Sardenberg
Diretora Executiva das Clearings, Depositária e de Risco

METODOLOGIA DE CÁLCULO DE MARGEM REQUERIDA PARA OPÇÕES FLEXÍVEIS

BM&F BOVESPA
A Nova Bolsa

1. OBJETIVO

O presente documento tem por objetivo especificar a metodologia para o cálculo da Margem de Garantia para uma carteira contendo contratos de Opções Flexíveis. A metodologia proposta propicia maior robustez e eficiência vis-à-vis a metodologia vigente, baseada nos conceitos de payoff em cenários de estresse e travas.

2. INTRODUÇÃO

A metodologia de cálculo de Margem de Garantia para as Opções Flexíveis a qual se refere este documento consiste em adequações, dadas as características deste produto, da metodologia aplicada para o cálculo de Margem de Garantia e Margem Mínima referentes às opções padronizadas. Os contratos de opções flexíveis apresentam um conjunto de características específicas[1], dentre as quais destacamos:

1. Os prazos de vencimento e os preços de exercício não são padronizados. Há um prazo máximo e uma faixa de preços de exercícios autorizados para negociação e, dentro desses, os parâmetros são livremente pactuados entre as partes;

2. Existe a possibilidade de inserção de barreiras de negociação, que implicam no acionamento ou extinção dos direitos e obrigações relativos ao exercício da opção em algum tempo dentre o acordo entre as partes e a data de vencimento estabelecida. A saber, as barreiras autorizadas são:
   i) - knock-in: caso o preço a vista, a qualquer momento da vida da opção, atinja o preço de barreira estabelecido entre as partes, passam a existir o direito de exercer a opção pelo comprador e a obrigação de atender ao exercício pelo vendedor. A opção é diferenciada, ainda, conforme a relação entre o preço a vista e o preço de barreira em sua data de lançamento:
      i.1) - up-and-in: o preço a vista, na data de lançamento da opção, está abaixo do preço de barreira;
      i.2)- down-and-in: o preço a vista, na data de lançamento da opção, está acima do preço de barreira;
   ii) - knock-out: caso o preço a vista, a qualquer momento da vida da opção, atinja o preço de barreira estabelecido entre as partes, cessam os direitos e as obrigações relativos à opção. A opção é diferenciada, ainda, conforme a relação entre o preço a vista e o preço de barreira em sua data de lançamento:
      ii.1) - up-and-out: o preço a vista, na data de lançamento da opção, está abaixo do preço de barreira;
      ii.2)- down-and-out: o preço a vista, na data de lançamento da opção, está acima do preço de barreira.

3. É possível definir um limitador de preço para o preço de exercício da opção, que corresponde ao preço a vista máximo ou mínimo;

4. Existência de diferentes cotações para o preço de liquidação (preço de fechamento, liquidação ou média do dia) e defasagem entre o preço de liquidação e a data de vencimento do contrato (D0, D-1 e D-2).

---
[1] Maiores detalhes podem ser obtidos no Anexo I deste documento.

Descritas tais particularidades, passamos ao processo de modelagem.

3. MODELAGEM

Conforme mencionado na Introdução, a metodologia para o cálculo de Margem de Garantia para as opções flexíveis consiste em adaptar a metodologia aplicada às opções padronizadas, denominada *full valuation*. As premissas e um resumo de tal metodologia são apresentados a seguir.

3.1 METODOLOGIA PARA OPÇÕES PADRONIZADAS

Mensuração de Risco por Full Valuation

O modelo de *full valuation* para opções padronizadas foi desenvolvido com base em um conjunto de premissas relacionadas, principalmente, aos tipos de fatores de risco do mercado de opções padronizadas. As principais premissas são:

(i) não-linearidade da carteira de opções: uma das principais características dos contratos de opções é seu comportamento não-linear, especialmente no que diz respeito às variações no preço de seu ativo-objeto. Muito embora seja possível aproximar, via expansão de Taylor, as variações nos preços dos contratos de opções por intermédio das derivadas associadas a cada um de seus fatores de risco (usualmente denominadas "gregas" das opções), esse procedimento mostra-se pouco adequado quando empregado em conjunto com o conceito de teste de estresse. De fato, esse tipo de aproximação apresenta resultados satisfatórios apenas para pequenas variações dos fatores de risco das opções, não sendo, portanto, adequada na presença de cenários de estresse. Assim, no modelo de *full valuation* para opções padronizadas, o valor da carteira de opções em cada cenário de estresse é determinado com base em modelo de apreçamento adequado (Black-Scholes, Black, Garman-Kohlhagen).

(ii) avaliação de todos os fatores de risco associados às carteiras de opções: a importância da avaliação de todos os fatores de risco associados às carteiras de opções advém, essencialmente, do elevado número de estratégias que podem ser construídas a partir desses contratos, cada qual com perfil de risco próprio. Assim, existem estratégias que são especialmente sensíveis a movimentos na superfície de volatilidade implícita das opções, ao passo que outras são absolutamente indiferentes a esses movimentos e ao nível do ativo-objeto da opção, sendo, contudo, particularmente sensíveis a variações na taxa de juro. O modelo de *full valuation* para opções padronizadas abrange todos os fatores de risco referentes a esse tipo de derivativo, isto é, preço do ativo subjacente, volatilidade implícita da opção, taxa de juro livre de risco e custo de carregamento (dividendos, taxa de juro externa), quando aplicável.

(iii) existência de ineficiências no processo de reversão de posições: o modelo de *full valuation* para opções padronizadas considera a existência de eventuais spreads de compra e venda para posições de mesmo vencimento tratando, portanto, o problema da ineficiência no processo de reversão de posições de mesmo vencimento.

Apresentamos a seguir a formalização dos conceitos mencionados.

Para o mercado de opções, admite-se que os principais componentes de risco são dados pelo preço do ativo-objeto, *S*, a taxa livre de risco, *r*, o custo de carregamento, *rc* (quando for aplicável), e a volatilidade implícita da opção, *σ*. Tais fatores são denominados *fatores primitivos de risco* (*FPR*). No contexto de cálculo de Margem de Garantia, a cada FPR são atribuídos *cenários de estresse*, que são definidos pelo Comitê de Risco da BM&FBOVESPA para todo o intervalo denominado *holding period*, ou *HP*.

Para que o cálculo de Margem de Garantia reflita as condições do mercado, o cenário de estresse deve combinar os cenários definidos para todos os *FPRs*. A cada cenário resultante destas combinações denominamos *cenário de estresse contíguo,* ou, simplesmente, Cen_k, representado neste documento por

$$Cen_k = [C_s, C_r, C_{rc}, C_\sigma] \tag{3.1}$$

na qual C_s, C_r, C_{rc} e C_σ referem-se a cenários de estresse atribuídos ao preço do ativo, taxa livre de risco, custo de carregamento e volatilidade, respectivamente, salientando que múltiplos cenários para cada *FPR* devem ser considerados.

Formalmente, os cenários contíguos são determinados pelo produto cartesiano dentre todos os cenários de estresse dos *FPRs* considerados. Supondo a existência de *nc(S)* cenários de estresse para o preço do ativo-objeto, *nc(r)* cenários de estresse para a taxa de juro livre de risco, *nc(rc)* cenários de estresse para o custo de carregamento e *nc(σ)* cenários de estresse para a volatilidade implícita da opção, temos, para cada opção, o total de *NC* cenários contíguos a serem avaliados, sendo que

$$NC = nc(S) * nc(r) * nc(rc) * nc(\sigma) \tag{3.2}$$

O modelo de *full valuation* refere-se ao processo de determinação do risco de uma carteira de opções dado um conjunto de cenários de estresse. De forma resumida, esta metodologia é descrita pela sequência de procedimentos relacionada abaixo.

1. Cada opção tem seu risco determinado em uma subcarteira específica. Cada subcarteira consiste do conjunto de opções sobre o mesmo ativo-objeto e vencimento. Cada opção é avaliada considerando-se todos os cenários de estresse definidos pelo Comitê de Risco da BM&FBOVESPA para os seus fatores de risco, isto é, preço do ativo subjacente, volatilidade implícita, taxa de juro livre de risco e custo de carregamento. Com essa finalidade são construídos tantos cenários contíguos Cen_k quantos necessários para cobrir todas as possíveis combinações entre os cenários associados a cada fator de risco.

2. Para a determinação do pior cenário de estresse contíguo para dado conjunto de opções sobre o mesmo ativo-objeto e data de vencimento, são consolidados todos os resultados associados a um mesmo cenário contíguo. Dessa maneira, permite-se a compensação de riscos entre posições na mesma subcarteira (sobre o mesmo ativo-objeto e vencimento).

3. O valor de Margem de Garantia associado a cada subcarteira é dado pelo somatório dos custos de liquidação (CLC) no pior cenário de estresse não negativos por data de vencimento. O CLC, tal como designado pelo seu próprio nome, expressa o custo que a BM&FBOVESPA teria para encerrar, no cenário de estresse considerado, a carteira de um participante inadimplente. Nesse sentido, a fim de se mensurar a magnitude desse componente, o modelo de cálculo de risco proposto determina o valor a mercado

(MtM) de cada uma das operações. Esses valores são obtidos apreçando-se as posições de acordo com formulações adequadas.

4. O valor de Margem de Garantia associado à carteira de opções é dado pela soma dos valores de Margem de Garantia das subcarteiras, determinados no item 3. Os valores da Margem de Garantia estão limitados inferiormente pelos valores da Margem Mínima, definidos para cada ativo-objeto e prazo de vencimento pelo Comitê de Risco.

Abordaremos de forma mais detalhada cada um dos itens anteriores. A saber,

3.1.1 Avaliação das Opções nos Cenários de Estresse Contíguos

O preço de uma opção genérica w em um cenário de estresse contíguo Cen_k é dado por

$$P(w, Cen_k) = f(S, r, rc, \sigma, K, t, \alpha) * TC \tag{3.3}$$

na qual,

$P(w, Cen_k)$ = preço unitário da opção considerando-se o cenário contíguo Cen_k,
α = parâmetro que indica opção de compra ou opção de venda.
f (.) = função preço da opção, determinada com base em um modelo teórico de apreçamento de opções (veja Anexo II para maiores informações),
S, r, rc, σ = *FPR*s (ativo-objeto, taxa de juro, custo de carregamento e volatilidade) submetidos aos respectivos cenários de estresse,
K = preço de exercício da opção,
t = prazo para o vencimento da opção, em anos e
TC = taxa de câmbio, quando aplicável.

Considerando o cenário contíguo

$$Cen_{Ref} = [S_{Ref}, r_{Ref}, rc_{Ref}, \sigma_{Ref}] \tag{3.4}$$

como a composição dos cenários de mercado para cada um dos *FPR*s, definimos

- o valor financeiro *(VF)* de uma opção w estimado em Cen_k como

$$VF(w, Cen_k) = P(w, Cen_k) * TC; \tag{3.5}$$

- o *CLC* desta opção em Cen_k como

$$CLC(w, Cen_k) = -VF(w, Cen_k); \tag{3.6}$$

- a variação no prêmio de uma opção genérica w como

$$\Delta VF(w, Cen_k) = VF(w, Cen_k) - VF(w, Cen_{Ref}). \tag{3.7}$$

3.1.2 Consolidação de Resultados e Determinação do Pior Cenário

O pior cenário de estresse contíguo para dado conjunto W de opções sobre o mesmo ativo S e data de vencimento V é obtido a partir da consolidação de todos os resultados por opção w associados a um mesmo cenário contíguo. Assim, os valores, para um vencimento V, do financeiro, do CLC e da variação da carteira W são dados por:

$$VF(W, Cen_k, V) = \sum_{i=1}^{nopc(W(V))} VF(w_i, Cen_k) \tag{3.8}$$

$$CLC(W, Cen_k, V) = \sum_{i=1}^{nopc(W(V))} CLC(w_i, Cen_k) \tag{3.9}$$

$$\Delta VF(W, Cen_k, V) = \sum_{i=1}^{nopc(W(V))} \Delta VF(w_i, Cen_k). \tag{3.10}$$

nas quais, $nopc(W(V))$ corresponde ao número de opções na carteira W, cujo vencimento é igual a V.

Após o procedimento de consolidação dos valores por cenário contíguo, estes podem ser utilizados para estimar o pior cenário associado a cada vencimento. Esse cenário, denominado Cen_{min}, é determinado pela maior variação negativa consolidada (isto, é, perda), conforme descrito a seguir:

$$\Delta VF(Cen_{min}, V) = min_{k=1,\dots,NC}\{\Delta VF(W, Cen_k, V)\}. \tag{3.11}$$

O pior cenário Cen_{min} para cada vencimento V é determinado numericamente, ou seja, por meio do cálculo da variação do valor da carteira $\Delta VF(W, Cen_k, V)$ para todos os NC cenários contíguos considerados.

3.1.3 Determinação do Valor da Margem Requerida

O valor da Margem de Garantia associado a um conjunto de opções W sobre o mesmo ativo e de vencimento V é estabelecido a partir do seu CLC no pior cenário de estresse contíguo, determinado de acordo com a equação (3.11). Caso esse valor seja negativo, significando recebimento de recursos mesmo no pior cenário de estresse, a Margem do conjunto W é considerada igual a zero, conforme equação a seguir,

$$Margem_{W,V} = \max\{CLC(Cen_{min}, V); 0\}, \tag{3.12}$$

que pode, equivalentemente, ser reescrita como,

$$Margem_{W,V} = \max\{CLC(Cen_{Ref}, V) - \Delta VF(Cen_{min}, V); 0\}. \tag{3.13}$$

3.1.4 Cálculo do Valor de Margem Mínima

Conforme explicitado em (3.13), a metodologia de *full valuation* permite que a Margem de Garantia de uma carteira seja nula. Para contornar esta questão, adotase o conceito de Margem Mínima. Os detalhes da formalização deste conceito podem ser encontrados no Anexo III.

O valor de Margem Mínima obtido para uma carteira de opções *W* sobre o mesmo ativo e vencimento *V* é incorporado ao *full valuation* por meio da expressão a seguir

$$Margem\ Requerida_{W,V} = max\{Margem_{W,V}, MM; 0\}, \tag{3.14}$$

na qual,

$Margem\ Requerida_{W,V}$ = Margem Requerida para a carteira W de opções sobre o mesmo ativo-objeto e vencimento *V*,
$Margem_{W,V}$ = margem da carteira de opções sobre o mesmo ativo e vencimento V, considerando sua avaliação em todos os cenários de estresse utilizados no *full valuation*, segundo definido em (3.13),
MM = Margem Mínima da carteira W, calculada conforme o Passo 2 do Anexo III.

3.2 METODOLOGIA PARA OPÇÕES FLEXÍVEIS

Adequações da Metodologia de Full Valuation

Como mencionado anteriormente, a metodologia proposta neste documento para o cálculo de Margem de Garantia para opções flexíveis consiste de adequações, dadas pelas características destas opções, aplicadas ao modelo de *full valuation* que é utilizado para as opções padronizadas. As características a serem analisadas são:

1. A metodologia para precificação das opções flexíveis em cenários de estresse;

2. A compensação entre os diferentes contratos de opções sobre o mesmo ativo-objeto que, apesar de apresentarem o mesmo vencimento, podem apresentar diferentes tipos de preços de liquidação e defasagem dos mesmos.

3. A metodologia para o cálculo da Margem Mínima, observando que as opções flexíveis permitem o uso de barreiras *knock-in*, *knock-out,* limitador de preço de exercício da opção, *cap* ou *floor* e rebate.

3.2.1 Definições de Cenários e Funções de Apreçamento

Definimos um cenário de estresse contíguo Cen_k como uma combinação dos possíveis cenários de estresse para cada fator primitivo de risco (FPR) nos quais se decompõem as opções. Resumidamente,

$$Cen_k = [C_s, C_r, C_{rc,}C_\sigma] \tag{3.15}$$

na qual C_s, C_r, C_{rc} e C_σ referem-se aos cenários de estresse atribuídos ao preço do ativo, taxa livre de risco, custo de carregamento e volatilidade, respectivamente.

Observamos que a definição dos cenários contíguos para opções flexíveis é análoga às opções padronizadas. Há, todavia, um único ponto de atenção, referente ao período de abrangência (*holding period* ou *HP*) dos cenários de estresse de cada *FPR*. Para as opções flexíveis, por se tratar de um mercado não padronizado e, consequentemente, com menor liquidez, considera-se um *HP* maior do que aquele utilizado para as opções padronizadas. Por isso, é necessário um ajuste nos cenários de *FPR* para a construção dos cenários contíguos.

Quanto aos modelos de precificação, no caso das opções do tipo Asiática, dentre as distintas formulações de apreçamento existentes, a BM&FBOVESPA optou pela aproximação analítica desenvolvida por *Levy* (1992). O autor trata de Opções Asiáticas de média aritmética apurada discretamente, coerente com as especificações contratuais para os produtos no escopo. Assim como no caso das Opções *Plain Vanilla*, a formulação de apreçamento apresentada por *Levy (*1992) é obtida resolvendo-se a equação diferencial parcial (PDE) advinda da carteira livre de risco formada pelo derivativo e pelo ativo. A peculiaridade qualitativa da proposta do autor está no tratamento estocástico apenas das realizações faltantes do ativo-objeto. No caso das Opções com Barreira, as formulações de apreçamento estão alicerçadas nos desenvolvimentos realizados por *Merton* (1973), *Rubinstein & Reiner* (1991) e *Rich* (1994). Assim como as formulações das Opções Asiáticas, para as Opções com barreira, as equações de apreçamento advêm da resolução de equações diferenciais parciais. A distinção se encontra nas restrições impostas às equações, as quais modificam o valor do derivativo ao se atingir o valor da barreira. Os modelos referenciados são apresentados no Anexo II.

O tipo de cotação utilizado para cálculo do valor de liquidação das opções pode ser o preço de fechamento, preço médio e último preço (conforme aplicável) e existe a possibilidade de que tal preço seja defasado em um *(D-1)* ou dois *(D-2)* dias em relação à data do vencimento do contrato. Como posições em opções flexíveis (de forma análoga às opções padronizadas) com o mesmo ativo-objeto e mesma data de vencimento são compensadas para o cálculo da Margem de Garantia, é necessário estabelecer como compensar opções sobre o mesmo ativo e vencimento, mas que sejam distintas quanto à cotação do ativo-objeto e defasagem. Com o objetivo de exemplificar as possibilidades de tais características, apresentamos a Tabela 1.

Tabela 1: Opções Flexíveis

Ativo	Tipo Exercício	Tipo Ativo Objeto	Defasagem
Dólar	Média de Preços Último Preço	DOLT1 = PTAX800, opção "5", taxa de venda, cotação de fechamento DOLT2 = PTAX800, opção "5", taxa de compra, cotação de fechamento DOLT3 = média aritmética de DOLT1 e DOLT2.	D0
Ibovespa	Média de Preços Último Preço	IBOVESPA PM - Ibovespa Médio IBOVESPA PF - Ibovespa de Fechamento IBOVESPA PL - Ibovespa preço de Liquidação	D0 D-1
IBR-X 50	Média de Preços Último Preço	IBrX-50 PM - IBrX-50 Médio IBrX-50 PF - IBrX-50 de Fechamento IBrX-50 PL - IBrX-50 preço de Liquidação	D0 D-1
BOVA11	Média de Preços Último Preço	BOVA11 PM - Ibovespa Médio BOVA11 PF - Ibovespa de Fechamento	D0 D-1 D-2
IDI	Último Preço	Índice da taxa Selic	D0
Metais	Média de Preços Último Preço	1- Alumínio US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 2-Chumbo US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 3- Cobre US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 4- Estanho US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 5- Níquel US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 6- Zinco US$ (Preço a Vista ou Preço Médio)	D0
Futuro Soja	Média de Preços Último Preço	Vencimentos autorizados à negociação	D0

A modelagem da compensação entre os diferentes tipos de cotação e defasagem é feita por meio de um choque adicional (-δ e +δ) no preço do ativo objeto em cada cenário contíguo utilizado no modelo de *full valuation*.

Esta abordagem é detalhada a seguir.

3.2.2 Adaptações do Modelo de *Full Valuation* para Cálculo de Margem de Opções com Distintas Cotações de Preço de Ativo e Defasagem

O objetivo de introduzir o parâmetro δ é *diferenciar* as opções sobre o mesmo ativo e vencimento de uma mesma carteira considerando os possíveis tipos de exercícios e defasagens entre a data de vencimento da opção e preço de liquidação. Ou seja, δ deve combinar dois ajustes: um que permite compensar os prêmios das opções calculadas com base no preço de fechamento, preço médio e último preço (conforme aplicável), e outro que permite compensar o valor do prêmio calculado com um *(D-1)* ou dois *(D-2)* dias de defasagem em relação à data da liquidação da carteira. As possíveis combinações para a definição de δ são apresentadas na Tabela 2, observando que esta consiste de um resumo da Tabela no Anexo I.

Tabela 2 – Possíveis combinações entre cotação de preço de ativos e defasagem para opções flexíveis

Cotação\Defasagem	D0	D-1	D-2
Fechamento	$\pm\delta_{f0}$	$\pm\delta_{f1}$	$\pm\delta_{f2}$
Liquidação	$\pm\delta_{l0}$	$\pm\delta_{l1}$	$\pm\delta_{l2}$
Média dos Preços	$\pm\delta_{m0}$	$\pm\delta_{m1}$	$\pm\delta_{m2}$

As adaptações para o modelo de *full valuation* consistem da definição de um parâmetro δ que permite a transformação de cada cenário contíguo definido em (3.15) em um conjunto de três cenários contíguos, denotados por Cen_k, $Cen_{k,+\delta}$ e $Cen_{k,-\delta}$, diferenciados no que diz respeito ao cenário de estresse sobre valor do ativo-objeto, C_s, conforme as cotações e defasagens do preço de liquidação.

Formalmente, a partir de δ e um cenário contíguo fixado Cen_k, definido em (3.15), temos os cenários contíguos adicionais a seguir:

$$Cen_k = [C_s, C_r, C_{rc,} C_\sigma] \tag{3.16}$$

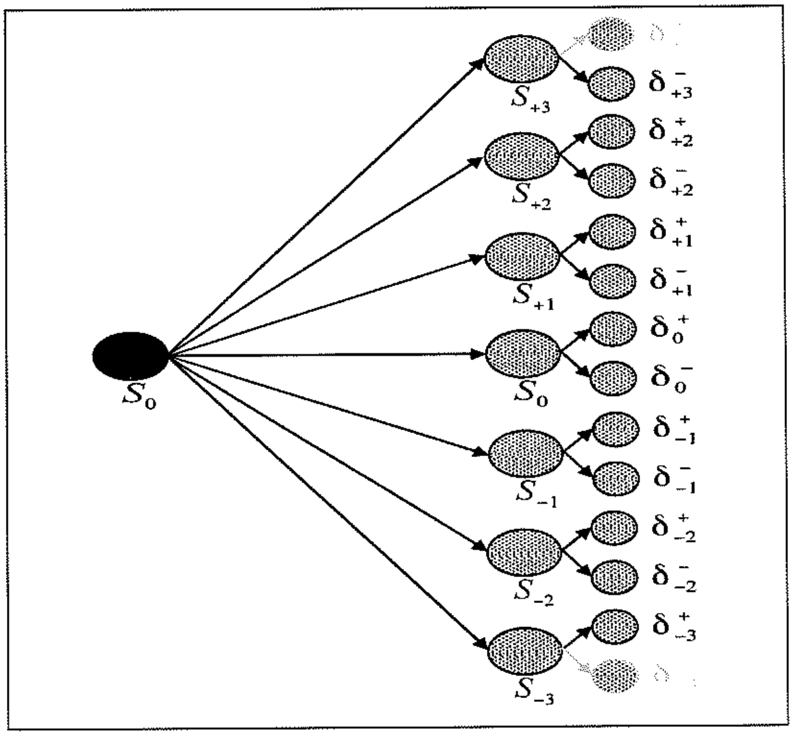
$$Cen_{k,+\delta} = [C_s\,(1+\delta), C_r, C_{rc,} C_\sigma] \tag{3.17}$$

$$Cen_{k,-\delta} = \left[C_s\,(1-\delta), C_r, C_{rc,} C_\sigma\right]. \tag{3.18}$$

É importante ressaltar que, dado um cenário contiguo Cen_k previamente definido, o choque de δ é aplicado apenas ao cenário de estresse do ativo-objeto,C_s, que define o contiguo Cen_k fixado, não havendo modificações nos cenários dos demais fatores de risco.

De maneira análoga aos demais parâmetros empregados no cálculo de margem, os valores de δ para cada combinação de cotação e defasagem são definidos pelo Comitê de Risco da BM&FBOVESPA. Conforme apresentado na Figura 1, dependendo dos valores atribuídos a δ, o número de cenários analisados pode ser até três vezes maior do que o número de cenários originalmente definidos para o preço do ativo-objeto. Os cenários máximos de alta e baixa, ilustrados na Figura 1 em cor mais clara, não são usualmente empregados por representarem variações superiores (devido à adição/subtração de δ) aos cenários extremos considerados.

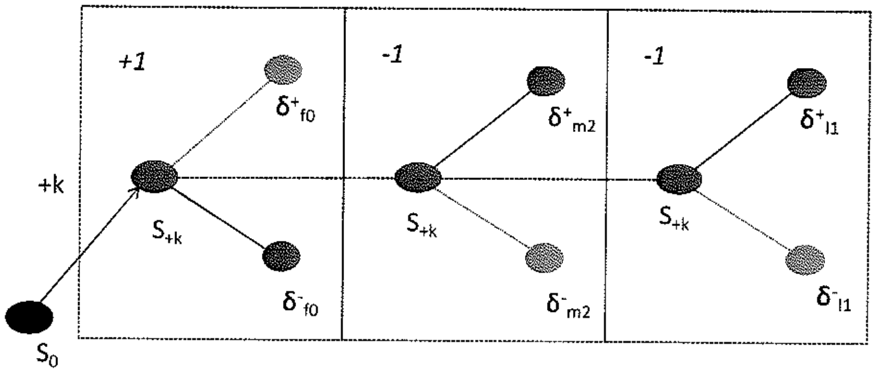
Figura 1 – Cenários Alternativos para Análise de Posições



Com o intuito de esclarecer a aplicação do parâmetro δ em cada cenário contíguo, supomos uma carteira W composta pelos contratos abaixo relacionados, todos sobre o mesmo ativo objeto e com mesma data de vencimento:

Contrato	Quantidade	Cotação\Defasagem
1	1	Preço de fechamento de D0 (PF D0)
2	-1	Preço médio de D-2 (PM D-2)
3	-1	Preço de liquidação de D-1 (PL D-1)

O valor da carteira em um cenário contíguo *k* é calculado com base no valor financeiro de cada um dos contratos que a compõem nos respectivos cenários destacados na figura a seguir.



O pior cenário para o contrato 1 é aquele determinado a partir do choque $-\delta_{f0}$ no cenário contiguo base S_{+k} uma vez que a posição é comprada. Para os contratos 2 e 3, que constituem posições vendidas, o pior cenário é determinado a partir a partir da adição dos respectivos δ_{m2} e δ_{l1} ao cenário contíguo base S_{+k}. Finalmente, o valor da carteira no cenário contiguo base S_{+k} é dado pela soma dos piores cenários de cada um dos contratos 1 a 3.

Formalmente, considerando a diferença ΔVF_k entre o valor financeiro de cada posição *i* da carteira calculado nos respectivos piores cenários e o valor de cada uma no cenário de referência Cen_{Ref}, definido em (3.4), temos que o risco da carteira no cenário contíguo Cen_k é definido como

$$Risco_k^W = \sum_i \Delta VF_k. \tag{3.19}$$

O pior cenário da carteira *W* entre todos os *NC* cenários contíguos é definido como

$$Risco_{min}^W = min_{k=1,\dots,NC}\{Risco_k^W\}. \tag{3.20}$$

Tendo como base a equação (3.13) e considerando as adequações efetuadas no modelo, definimos, por fim, a Margem da carteira W como

$$Margem_W = max\{0;\ CLC(Cen_{Ref}) - Risco_{min}^W\}. \tag{3.21}$$

Apresentamos a seguir a metodologia para cálculo da Margem Mínima.

3.2.3 Adaptações do Modelo de Margem Mínima

A Margem Mínima corresponde ao valor mínimo de margem estabelecido para posições vendidas muito fora do dinheiro, determinado com base em um percentual do valor nocional das posições. O valor da Margem Mínima de uma carteira de opções deve ser menor ou igual ao somatório das Margens Mínimas de cada opção tomada individualmente, o que estabelece um limitador para a perda máxima de cada posição vendida em opções.

Essa característica pode ser representada pela compra de igual quantidade de opções de compra/venda com preço de exercício ligeiramente superior/inferior ao preço de exercício da posição vendida. À carteira composta por opções sobre o mesmo ativo e vencimento e pelas posições compradas que limitam os valores de Margem Mínima por posição vendida dá-se o nome de *carteira protegida*. Sendo assim, a avaliação da *carteira protegida* com base nos preços de exercício das operações sintéticas permite concluir se as opções vendidas estão cobertas por outros contratos da mesma carteira. Caso não estejam, um valor de Margem Mínima, determinado pelo Comitê de Risco, dependente do ativo e prazo de vencimento da opção, será incorporado ao *full valuation* para o cálculo da Margem de Garantia.

É importante observar que, no contexto das opções flexíveis, a possível existência de barreiras, limitadores de preço e/ou rebates devem ser consideradas no cálculo do valor financeiro da opção e, consequentemente, na avaliação da carteira protegida. Apresentamos os detalhes a seguir.

Criação da Carteira Protegida

Seja $\Delta S = S \times F_{MM}$ a variação no preço do ativo-objeto S da opção calculada a partir do choque do fator de Margem Mínima F_{MM}, sendo este fator definido pelo Comitê de Risco de acordo com ativo e o prazo de vencimento da opção.

A carteira protegida *CP* associada a uma carteira contendo opções flexíveis definidas sobre o mesmo ativo-objeto e mesmo vencimento é construída da seguinte forma:

- Para cada posição vendida em M opções de compra w, com preço de exercício K, incluir na carteira uma posição comprada em M opções de compra com preço de exercício $K + \Delta S$.
- Para cada posição vendida em M opções de venda w, com preço de exercício K, incluir na carteira uma posição comprada em M opções de venda com preço de exercício $K - \Delta S$.

Supondo que o valor do ativo-objeto na data do vencimento é S, o valor financeiro $VF(w, S)$ de uma opção flexível (de compra ou de venda) na carteira protegida, na data de vencimento, é calculado, respectivamente, pelas seguintes equações,

$$VF(w,S) = max\{min(PB;S) - K;0\} \quad (3.22)$$

e

$$VF(w,S) = max\{K - max(PB;S);0\}, \quad (3.23)$$

que já consideram a existência de barreiras ou limitadores. Todavia, há apenas duas particularidades a serem mencionadas:

- Se a opção tem barreira *knock-in up (UI)* e o preço S é menor do que o valor da barreira; ou, se a opção tem barreira *knock-in down (DI)* o preço S é maior do que o valor da barreira, então

$$VF(w,S) = Rebate; \quad (3.24)$$

- Se a opção tem barreira *knock-out up (UO)* e o preço S é maior do que o valor da barreira; ou se a opção tem barreira *knock-out down (DO)* e o preço S é menor do que o valor da barreira, então

$$VF(w,S) = Rebate. \quad (3.25)$$

Uma vez apresentadas as equações associadas ao cálculo do valor financeiro de cada opção no vencimento (ou *payoff*), definimos o valor financeiro da carteira protegida como

$$VF^{CP}(K_j) = \sum_{w=1}^{M} VF(w, K_j), \tag{3.26}$$

na qual K_j indica o preço de exercício sintético no qual a carteira é avaliada.

Cálculo do Valor de Margem Mínima a partir da Carteira Protegida

A Margem Mínima para uma carteira *CP* de posições em opções flexíveis definidas sobre o mesmo ativo-objeto e mesmo vencimento é dada pela seguinte equação:

$$MM = -min\{0;\ VF^{CP}(K_1); \dots;\ VF^{CP}(K_{ncp})\}, \tag{3.27}$$

na qual,

MM = Margem Mínima da carteira de opções sobre o mesmo ativo e vencimento V,
$VF^{CP}(K_a)$ = valor financeiro (*VF*) da carteira protegida na data no vencimento supondo que o preço de exercício seja K_a,
ncp = número de diferentes preços de exercícios existentes na carteira considerada.

Incorporação da Margem Mínima ao Cálculo da Margem Requerida

A Margem Mínima é incorporada ao cálculo de Margem Requerida de acordo com a equação

$$Margem\ Requerida_w = max\{Margem_w;\ MM; 0\}, \tag{3.28}$$

na qual,

$Margem\ Requerida$ = Margem Requerida para a carteira de opções sobre o mesmo ativo e vencimento,
$Margem_w$ = Margem da carteira calculada por meio do *full valuation*, segundo (3.21), e
MM =Margem Mínima obtida em (3.27).

3.2.4 Determinação da Margem de Garantia para Carteiras de Opções Flexíveis

A Margem de Garantias de uma carteira *U* contendo contratos de opções flexíveis sobre *S* ativos objeto e *V* datas de vencimentos distintos é definida como a soma da Margem de Garantias de cada subcarteira referente ao par {ativo-objeto e vencimento}, calculada de acordo com a equação (3.28). Formalmente, a Margem de Garantia para a carteira *U* é dada por

$$Margem\ Requerida_U = \sum_{\{S,V\}} Margem\ Requerida_{S,V}. \tag{3.29}$$

na qual,

$Margem\ Requerida_U$ = Margem de Garantia Requerida para a carteira U,
$\{S, V\}$ = conjunto de combinações entre ativo-objeto e vencimentos distintos que compõe a carteira U,
$Margem\ Requerida_{S.V}$ = Margem Requerida da subcarteira composta por contratos sobre o ativo-objeto S com data de vencimento V, calculada conforme a expressão (3.28).

Isso completa a metodologia para obtenção da Margem Requerida de Garantia para as Opções Flexíveis.

4. RESUMO DA METODOLOGIA PROPOSTA

Apresenta-se a seguir o resumo dos passos para o cálculo da Margem de Garantia Requerida para uma carteira contendo opções flexíveis sobre diferentes ativos objeto e prazos.

1. Decomposição da carteira do participante em subcarteiras contendo contratos que possuam mesmo ativo-objeto (Subcarteira$_S$).

2. Decomposição de cada subcarteira definida em 1 nos diferentes vencimentos (Subcarteira$_{S,V}$).

   3. Precificação de cada opção da subcarteira$_{S,V}$ nos cenários contíguos, considerando os parâmetros necessários (-δ e +δ), conforme os diferentes preços e defasagens de liquidação presentes.

   4. Seleção do pior cenário contíguo para a subcarteira$_{S,V}$, conforme equação *(3.20)* e cálculo da margem neste cenário, conforme equação (3.21).

   5. Cálculo da Margem Mínima para a subcarteira$_{S,V}$, conforme equação (3.27).

   6. Margem da subcarteira$_{S,V}$: Máximo valor entre a Margem calculada no pior cenário contíguo e a Margem Mínima, conforme descrito na equação (3.28).

O Passo 2 será executado para todos os vencimentos distintos existentes.

7. Margem da subcarteira$_S$: Soma das Margens das subcarteira$_{S,V}$, para todos os vencimentos distintos. Este passo será executado para todas as subcarteiras geradas a partir dos diferentes ativos-objetos.

8. Margem da carteira do participante: Soma das Margens das subcarteira$_{S,V}$, calculadas no Passo 7 para todos os diferentes ativos-objetos, conforme (3.29).

5. REFERÊNCIAS

1. HAUG, E. *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*, McGrawHill, 2007.

2. LEVY, E. Pricing European average rate currency options. *Journal of International Money and Finance*, 11, pp. 474-491, 1992.

ANEXO I

RELAÇÃO DE PARÂMETROS DOS CONTRATOS DE OPÇÕES FLEXÍVEIS

As Opções Flexíveis tratadas neste documento são listadas abaixo, cabendo salientar que maiores detalhes de cada uma dessas podem ser encontrados em seus respectivos contratos dispostos no site da BM&FBOVESPA.

Descrição do Produto	Tipo Exercício	Ativo Objeto	Defasagem	Limitador de Preço	Tipo Barreira	Rebate
Contrato de Opção Flexível de Venda sobre Taxa de Câmbio de Reais por Dólar dos Estados Unidos	Média de Preços / Último Preço	DOLT1 = PTAX800, opção "5", taxa de venda, cotação de fechamento. DOLT2 = PTAX800, opção "5", taxa de compra, cotação de fechamento. DOLT3 = média aritmética de DOLT1 e DOLT2.	D0	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Compra sobre Taxa de Câmbio de Reais por Dólar dos Estados Unidos	Média de Preços / Último Preço	DOLT1 = PTAX800, opção "5", taxa de venda, cotação de fechamento. DOLT2 = PTAX800, opção "5", taxa de compra, cotação de fechamento. DOLT3 = média aritmética de DOLT1 e DOLT2.	D0	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Compra sobre Ibovespa	Média de Preços / Último Preço	IBOVESPA PM - Ibovespa Médio. IBOVESPA PF - Ibovespa de Fechamento. IBOVESPA PL - Ibovespa preço de Liquidação.	D0/D-1	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Venda sobre Ibovespa	Média de Preços / Último Preço	IBOVESPA PM - Ibovespa Médio. IBOVESPA PF - Ibovespa de Fechamento. IBOVESPA PL - Ibovespa preço de Liquidação.	D0/D-1	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Compra sobre Índice de Taxa de Juro Spot	Último Preço	Índice da taxa Selic Índice IDI	D0	Sim	knock-in up-and-in knock-out up-and-out	Sim
Contrato de Opção Flexível de Venda sobre Índice de Taxa de Juro Spot	Último Preço	Índice da taxa Selic Índice IDI	D0	Sim	knock-in up-and-in knock-out up-and-out	Sim
Contrato de Opção Flexível de Compra sobre IBrX-50	Média de Preços / Último Preço	IBrX-50 PM - IBrX-50 Médio. IBrX-50 PF - IBrX-50 de Fechamento. IBrX-50 PL - IBrX-50 preço de Liquidação.	D0/D-1	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Venda sobre IBrX-50	Média de Preços / Último Preço	IBrX-50 PM - IBrX-50 Médio. IBrX-50 PF - IBrX-50 de Fechamento. IBrX-50 PL - IBrX-50 preço de Liquidação.	D0/D-1	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Compra sobre Metais	Média de Preços / Último Preço	1- Alumínio US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 2-Chumbo US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 3- Catodo de Cobre US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 4- Estanho US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 5- Niquel US$ (Preço a Vista ou Preço Médio) 6- Zinco US$ (Preço a Vista ou Preço Médio)	D0	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Compra sobre BOVA11	Média de Preços / Último Preço	BOVA11 PM - Ibovespa Médio. BOVA11 PF - Ibovespa de Fechamento.	D0/D-1/D-2	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Venda sobre BOVA11	Média de Preços / Último Preço	BOVA11 PM - Ishare Médio. BOVA11 PF - Ishare de Fechamento.	D0/D-1/D-2	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Compra sobre FUT SOJA	Média de Preços / Último Preço	SOJ-H SOJ-J SOJ-K SOJ-M SOJ-N SOJ-Q SOJ-U SOJ-X	D0	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim
Contrato de Opção Flexível de Venda sobre FUT SOJA	Média de Preços / Último Preço	SOJ-H SOJ-J SOJ-K SOJ-M SOJ-N SOJ-Q SOJ-U SOJ-X	D0	Sim	knock-in up-and-in knock-in down-and-in knock-out up-and-out knock-out down-and-out.	Sim

ANEXO II

FÓRMULAS PARA APREÇAMENTO DE OPÇÕES FLEXÍVEIS

Apresentamos neste anexo as fórmulas de apreçamento para as opções. Maiores detalhamentos podem ser encontrados em *Haug* (1998).

1. Modelos de Precificação para Opções Européias com Barreira

As fórmulas abaixo relacionadas referem-se ao modelo de apreçamento desenvolvido por *Merton (1973)* e *Reiner & Rubinstein (1991)*.

Considerando S o preço do ativo-objeto, X o preço de exercício da opção, T como o prazo para vencimento, r a taxa de juro livre de risco, rc o custo de carregamento, σ a volatilidade de preço do ativo-objeto, H o valor da barreira (*knock-in* e *knock-out*) e K o preço do rebate, definimos também ϕ como o indicador de *call* ($\phi = 1$) ou *put* ($\phi = -1$) e η como indicador de *down* ($\eta = 1$) e *up* ($\eta = -1$).

Com base nesta notação estabelecida, apresentamos, primeiramente, variáveis auxiliares que compõem os modelos. A saber,

$$A = \phi S e^{(rc-r)T} N(\phi x_1) - \phi X e^{-rT} N\left(\phi x_1 - \phi\sigma\sqrt{T}\right)$$

$$B = \phi S e^{(rc-r)T} N(\phi x_2) - \phi X e^{-rT} N\left(\phi x_2 - \phi\sigma\sqrt{T}\right)$$

$$C = \phi S e^{(rc-r)T} (H/S)^{2(\mu+1)} N(\eta y_1) - \phi X e^{-rT} (H/S)^{2\mu} N\left(\eta y_1 - \eta\sigma\sqrt{T}\right)$$

$$D = \phi S e^{(rc-r)T} (H/S)^{2(\mu+1)} N(\eta y_2) - \phi X e^{-rT} (H/S)^{2\mu} N\left(\eta y_2 - \eta\sigma\sqrt{T}\right)$$

$$E = K e^{-rT}\left[N\left(\eta x_2 - \eta\sigma\sqrt{T}\right) - (H/S)^{2\mu} N\left(\phi y_2 - \eta\sigma\sqrt{T}\right)\right]$$

$$F = K\left[(H/S)^{\mu+\lambda} N(\eta z) + (H/S)^{\mu-\lambda} N\left(\eta z - 2\eta\lambda\sigma\sqrt{T}\right)\right]$$

nas quais,

$$x_1 = \frac{\ln(S/X)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T},\ x_2 = \frac{\ln(S/H)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T},\ z = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}\ ,$$

$$y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{SX}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T},\quad y_2 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T},\quad \mu = \frac{rc-\sigma^2/2}{\sigma^2}\ ,\ \lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}\ .$$

1.1 Opções Européias com Barreiras Simples

Uma opção com barreira simples O_B equivale a duas opções sem barreira, O_1 e O_2. Mais especificamente, a compra de opção de com barreira simples H e preço de exercício X equivale à compra de opção sem barreira e preço de exercício X e à venda de opção sem barreira e preço de exercício X. Desse modo, *(i)* o preço da opção com barreira simples O_B é a diferença entre os preços das opções sem barreira O_1 e O_2, obtidos do modelo de Black-Scholes; e

(ii) o delta da opção com barreira simples O_B é a diferença entre os deltas das opções sem barreira O_1 e O_2, obtidos do modelo de Black-Scholes.

1.2 Opções Européias com Barreiras *Knock-in*

Nas opções com cláusula de *knock-in*, o direito de exercício passa a existir somente se o preço do ativo-objeto, *S*, atingir o preço de barreira, *H*, antes da data de vencimento, *T*. Existe a possibilidade de se incluir prêmio de compensação ou rebate, *K*, que será pago na data de vencimento caso a barreira *knock-in* não seja atingida durante a existência da opção.

As opções com *knock-in* podem ser classificadas como *in-and-down* ($S > H$) e *in-and-up* ($S < H$). O *payoff* e o prêmio dessas opções são obtidos conforme mencionado a seguir.

- *Knock-in-and-down:* Indica que o preço do ativo-objeto na data de lançamento da opção está acima do preço de barreira, ou seja, $S > H$. O *payoff* da opção é:

  Call: *payoff* = $max(S - X; 0)$, se $S \geq H$ antes do vencimento *T* e
  payoff = *K* (rebate), caso contrário;
  Put: *payoff* = $max(X - S; 0)$, se $S \leq H$ antes do vencimento *T* e
  payoff = *K* (rebate), caso contrário.

  As equações para o cálculo do prêmio dessas opções são obtidas por meio da combinação das variáveis *A, B, C, D, E* e *F* anteriormente definidas, a saber:

$$call_{in-and-down(X>H)} = C + E;$$

$$call_{in-and-down(X<H)} = A - B + D + E;$$

$$put_{in-and-down(X>H)} = B - C + D + E;$$

$$put_{in-and-down(X<H)} = A + E$$

- *Knock-in-and-up:* Indica que o preço do ativo-objeto na data de lançamento da opção está abaixo do preço de barreira, ou seja, $S < H$. O *payoff* da opção é:

  Call: *payoff* = $max(S - X; 0)$, se $S \geq H$ antes do vencimento *T* e
  payoff = *K* (rebate), caso contrário;
  Put: *payoff* = $max(X - S; 0)$, se $S \geq H$ antes do vencimento *T* e
  payoff = *K* (rebate), caso contrário.

  As equações para o cálculo do prêmio são dadas por:

$$call_{in-and-up(X>H)} = A + E;$$

$$call_{in-and-up(X<H)} = B - C + D + E;$$

$$put_{in-and-up(X>H)} = A - B + D + E;$$

$$put_{in-and-up(X<H)} = C + E$$

1.3 Opções Européias com Barreiras *Knock-out*

As opções com cláusula de *knock-out* são semelhantes às tradicionais, exceto pelo fato de as primeiras deixarem de existir caso o preço do ativo-objeto, *S*, atinja a barreira *knock-out, H,* antes da data de vencimento, *T*. Similarmente às *knock-in*, existe a prerrogativa do rebate, *K*, o qual será pago se a opção deixar de existir antes da data de vencimento. A barreira *knock-out* pode ser do tipo *out-and-down* ou *out-and-up*. O *payoff* e o prêmio são calculados segundo as equações a seguir.

- *Knock-out-and-down:* Indica que o preço do ativo-objeto na data de lançamento da opção está acima do preço de barreira, ou seja, $S > H$. O *payoff* consiste de:

Call: *payoff = max(S - X; 0)*, se $S \geq H$ antes do vencimento *T* e
payoff = *K* (rebate), caso contrário;
Put: *payoff = max(X - S; 0)*, se $S \geq H$ antes do vencimento *T* e
payoff = *K* (rebate), caso contrário.

As equações para cálculo do prêmio são dadas por:

$$call_{out-and-down(X>H)} = A - C + F;$$

$$call_{out-and-down(X<H)} = B - D + F;$$

$$put_{out-and-down(X>H)} = A - B + C - D + F;$$

$$put_{out-and-down(X<H)} = F$$

- *Knock-out-and-up:* Indica que o preço do ativo-objeto na data de lançamento da opção está abaixo do preço de barreira, ou seja, $S < H$. O *payoff* consiste de:

Call: *payoff = max(S - X; 0)*, se $S < H$ antes do vencimento *T* e
payoff = *K* (rebate), caso contrário;
Put: *payoff = max(X - S; 0)*, se $S < H$ antes do vencimento *T* e
payoff = *K* (rebate), caso contrário.

As equações para cálculo do prêmio são dadas por:

$$call_{out-and-up(X>H)} = F;$$

$$call_{out-and-up(X<H)} = A - B + C - D + F;$$

$$put_{out-and-up(X>H)} = B - D + F;$$

$$put_{out-and-up(X<H)} = A - C + F$$

2. Modelos para Precificação de Opções Asiáticas

As opções asiáticas são empregadas, principalmente, em mercados de *commodities.* Tais opções são tais que o preço do ativo é calculado com base na média das últimas *n* cotações, onde *n* é acordado entre as partes. Alguns pontos importantes quanto às opções asiáticas consistem nos fatos de que a média é menos volátil o que faz com que o valor da opção seja menor quando calculado com base na média do que em um único preço. Além disso, pela própria definição, temos que o preço das asiáticas sofre pouco ou nenhum impacto em relação ao prazo de maturação.

Embora possam ser definidas opções asiáticas a partir da média geométrica dos preços, a discussão apresentada neste material faz referência apenas às asiáticas definidas com base na média aritmética.

A aproximação escolhida para apresentar a modelagem da precificação das opções asiáticas neste trabalho é a do trabalho de *Levy* (1992), embora as fórmulas propostas por *Turnbull & Wakeman* (1991) também possam ser utilizadas.

Considerando S o preço do ativo-objeto, X o preço de exercício da opção, T como o prazo para vencimento, r a taxa de juro livre de risco, rc o custo de carregamento, σ a volatilidade de preço do ativo-objeto, definimos também S_M como a média aritmética tomada sobre o preço do ativo-objeto da opção e T_2 como o prazo restante para o vencimento a partir da data em que calcula S_M.

Com base esta notação, definimos

$$S_E = \frac{S}{Trc} * [e^{(rc-r)T_2} - e^{-rT_2}],$$

$$d_1 = \frac{1}{\sqrt{V}}\left[\frac{\ln(D)}{2} - \ln(X^*)\right] \text{ e } d_2 = d_1 - \sqrt{V},$$

nas quais,

$$X^* = X - \frac{T - T_2}{T} * S_M$$

$$V = \ln(D) - 2[rT_2 + \ln(S_E)$$

$$D = \frac{M}{T_2} \text{ e } M = \frac{2S^2}{rc+\sigma^2}\left[\frac{e^{(2rc+\sigma^2)}-1}{2rc+\sigma^2} - \frac{e^{rcT_2}-1}{rc}\right].$$

Por fim, definimos que os valores de *call* e *put em* opções asiáticas são, respectivamente, aproximados por

$$c_{asian} \approx S_E\, N(d_1) - X^*\, e^{-rT_2}\, N(d_2)$$

$$p_{asian} = c_{asian} - S_E + X^* e^{-rT_2}$$

na qual $N(.)$ indica a distribuição normal do argumento.

ANEXO III

METODOLOGIA PARA CÁLCULO DE MARGEM MÍNIMA PARA OPÇÕES PADRONIZADAS

A Margem Mínima corresponde ao valor mínimo de margem estabelecido para posições vendidas em opções padronizadas muito fora do dinheiro, determinado com base em um percentual do valor nocional das posições.

Antes de apresentar o cálculo da Margem Mínima propriamente dito, é válido mencionar que este se aplica a carteiras cujas opções são definidas sobre um mesmo ativo-objeto e têm a mesma data de vencimento. Igualmente importante é salientar que os valores de Margem Mínima para cada combinação de ativo e vencimento é definido pelo Comitê de Risco da BM&FBOVESPA.

A Margem Mínima atribuída a uma opção w é dada pela equação

$$MM_w = \Delta S * M,$$

na qual,

$\Delta S = S * F_{MM} =$ variação (em relação ao mercado) no preço do ativo-objeto S calculada a partir do choque do fator de margem mínima F_{MM} decidido em Comitê, M indica o tamanho do contrato.

Por sua vez, a Margem Mínima referente a uma posição Q_w é dada por

$$MM_{w,Q_w} = MM_w * \max(-Q_w; 0) * M$$

na qual,

Q_w = quantidade de opções w na posição, mantendo a seguinte convenção:
$Q_w > 0$ indica posição comprada e $Q_w < 0$ indica posição vendida.

É importante observar que, na presença de uma carteira de opções, a pura e simples determinação de um valor de Margem Mínima para cada posição vendida em opção pode gerar inconsistências relevantes na avaliação de risco da carteira. Por exemplo, posições vendidas cobertas[2] não apresentam, de modo geral, custo de liquidação maior que zero.

Para que o valor da Margem Mínima da carteira de opções apresente consistência com seu perfil de risco, deve-se determinar sua maior perda potencial na data de vencimento. Adicionalmente, o valor da Margem Mínima da carteira de opções deve ser menor ou igual ao somatório das Margens Mínimas de cada opção tomada

[2] Uma posição vendida em opção de compra é coberta quando existe uma posição comprada em opção de compra de mesmos tipo e vencimento, em quantidade igual ou superior, com preço de exercício menor. Analogamente, uma posição vendida em opção de venda é coberta quando existe uma posição comprada em opção de venda de mesmos tipo e vencimento, em quantidade igual ou superior, com preço de exercício maior.

individualmente, o que estabelece um limitador para a perda máxima de cada posição vendida em opções. Na prática, essa característica pode ser representada pela compra de igual quantidade de opções de compra/venda com preço de exercício ligeiramente superior/inferior ao preço de exercício da posição vendida. À carteira composta por opções sobre o mesmo ativo e vencimento e pelas posições compradas que limitam os valores de Margem Mínima por posição vendida dá-se o nome de *carteira protegida*.

Em outras palavras, a avaliação da *carteira protegida* com base nos preços de exercícios permite concluir se as opções vendidas estão cobertas por outros contratos da mesma carteira. Caso não estejam, é estabelecida a cobrança da Margem Mínima. O valor da Margem Mínima depende do ativo-objeto da opção é decidido pelo Comitê de Risco da BM&FBOVESPA. Este valor obtido para uma carteira de opções sobre o mesmo ativo e vencimento é incorporado ao *full valuation* por meio dos três passos relacionados a seguir.

1 Criação da Carteira Protegida

Supondo que $\Delta S = S * F_{MM}$ corresponde variação (em relação ao mercado) no preço do ativo-objeto S da opção decorrente de seu fator de margem mínima F_{MM} decidido em Comitê, temos:

- Para cada posição vendida em Q_i opções de compra w, com preço de exercício K_i, incluir na carteira uma posição comprada em Q_i opções de compra com preço de exercício $K_i + \Delta S$.
- Para cada posição vendida em Q_i opções de venda w, com preço de exercício K_i, incluir na carteira uma posição comprada em Qi opções de venda com preço de exercício $K_i - \Delta S$.

2 Cálculo do Valor de Margem Mínima a partir da Carteira Protegida

O valor financeiro de cada opção na carteira protegida é dado por $VF(w, K_j)$:

- $VF(w, K_j) = max(S - K_j; 0)$, para opções de compra;
- $VF(w, K_j) = max(K_j - S; 0)$, para opções de venda.

na qual,

K_j = *strikes* associados a cada opção *w* na posição,
S = valor do ativo-objeto na data de vencimento.

O valor financeiro de cada posição Q_i é dado por:

$$VF^{CP}(K_j) = \sum_{w=1}^{Qi} VF(w, K_j).$$

3 Cálculo do valor de Margem Mínima a partir da Carteira Protegida

A Margem Mínima para uma carteira *CP* de posições em opções definidas sobre o mesmo ativo-objeto e mesmo vencimento definida como no Passo 1 é dada pela seguinte equação:

$$MM = -min\{0;\ VF^{CP}(K_1); \dots ;\ VF^{CP}(K_{ncp})\}$$

na qual,

$VF^{CP}(K_a)$ = Valor Financeiro da carteira protegida na data no vencimento supondo que o preço de exercício seja K_a,
ncp = número de diferentes preços de exercícios existentes na carteira considerada.

Para opções cujos preços de exercício sejam denominados em taxa (opções sobre o contrato futuro de DI), estes são convertidos para PU de forma a representar corretamente os resultados das operações de *spread*. Nesse caso, as opções têm, para efeito de cálculo da Margem Mínima, sua natureza alterada, isto é, opções de compra em taxa são consideradas opções de venda em PU e vice-versa.

4 Incorporação da Margem Mínima ao Cálculo da Margem Requerida

Supondo que *W* seja uma carteira com posições em opções padronizadas sobre o mesmo ativo-objeto e com o mesmo vencimento, cuja Margem obtida via *full valuation* seja $Margem_w$. Com base no valor da Margem Mínima obtido, o valor final da margem Requerida para esta carteira é dado por

$$Margem\ Requerida_w = max\ \{Margem_w;\ MM; 0\}.$$

ANEXO IV

EXEMPLO DO CÁLCULO DE MARGEM DE UMA CARTEIRA DE OPÇÕES

Suponha uma estratégia definida sobre o índice Ibovespa no valor de R$5.000.000,00, constituída a partir de uma carteira contendo posições compradas e vendidas em 71 contratos de opções flexíveis de compra sobre Ibovespa, tal como descrito na Tabela 1.

Tabela 1. Carteira de contratos de opções flexíveis

Descrição	Ativo-Objeto	Defasagem	Preço Exercício	Barreira (UI)	Rebate
Compra de call	Ibovespa Fechamento (PF)	D0	112.000,00	130.000,00	0,05
Venda de call	Ibovespa Médio (PM)	D0	126.000,00	Não	Não

Apresentam-se a seguir os passos para o cálculo de margem dessa carteira.

1. Fatores Primitivos de Risco (FPRs), Cenários de estresse e Cenários Contíguos

Os *FPRs* considerados no cálculo de margem desta carteira de opções são (i) o preço do índice IBOVESPA a vista expresso em reais, *S*, (ii) a taxa de juro livre de risco anual *r*, e (iii) a volatilidade do preço do ativo-objeto anualizada, σ, sendo estas últimas expressas em percentual. Os respectivos cenários de estresse de alta (A), alta intermediário (AI), mercado (M), baixa intermediário (BI) e baixa (B) são denotados por C_S, C_r e C_σ e descritos na Tabela 2.

Tabela 2: Cenários de estresse para os fatores primitivos de risco para o prazo de seis meses.

C_S - Cenários Preço Ativo *S* (%)	
A	24
AI	12
M	0
BI	-12
B	-24

C_r - Cenários Taxa Juros (bps)	
A	300
M	0
B	-300

C_σ - Cenários Volatilidade (bps)	
A	2.000
M	0
B	-2.000

Assumindo que o cenário de referência (ou o mercado) seja definido por

$$Cen_{Ref} = [S;\ r;\ \sigma\ ] = [70.000,00;\ 10,76;\ 20,5],$$

temos que os cenários de alta (A), mercado (M) e baixa (B) a serem considerados para a taxa de juro e volatilidade são, respectivamente,

C_r	*r* estresse (%)
A	13,8
M	10,8
B	7,8

C_σ	σ estresse (%)
A	40,5
M	20,5
B	0,5

Supondo que os fatores (discutidos na Seção 3.2.2) para a cotação pelo preço de fechamento em D0 (opção de compra) e pelo preço médio em D0 (opção de venda) sejam de δ_{f0}=5,00% e δ_{m0}=3,00%, respectivamente, temos que os cenários de alta (A), alta intermediário (AI), mercado (M), baixa intermediário (BI) e baixa (B) para o preço do ativo são:

Tabela 3: Preços do ativo-objeto sob cenários de estresse e choque do fator δ.

C_S	C_S δ=5 (%)	Preço Ativo Estresse
A + δ	29	90.300,00
A	24	86.800,00
A - δ	19	83.300,00
AI + δ	17	81.900,00
AI	12	78.400,00
AI - δ	7	74.900,00
M + δ	5	73.500,00
M	0	70.000,00
M - δ	-5	66.500,00
BI + δ	-7	65.100,00
BI	-12	61.600,00
BI - δ	-17	58.100,00
B + δ	-19	56.700,00
B	-24	53.200,00
B - δ	-29	49.700,00

C_S δ=3 (%)	Preço Ativo Estresse
27	88.900,00
24	86.800,00
21	84.700,00
15	80.500,00
12	78.400,00
9	76.300,00
3	72.100,00
0	70.000,00
-3	67.900,00
-9	63.700,00
-12	61.600,00
-15	59.500,00
-21	55.300,00
-24	53.200,00
-27	51.100,00

Tendo como base a Tabela 3, apresentamos um conjunto de cenários contíguos definidos.

Tabela 4: Conjunto de cenários Contíguos.

Cenários	C_S (δ=5)	C_S (δ=3)	r	σ
Cen_1	90.300,00	88.900,00	13,8	40,5
Cen_1	86.800,00	86.800,00	13,8	40,5
Cen_1	83.300,00	84.700,00	13,8	40,5
Cen_3	90.300,00	88.900,00	13,8	0,5
Cen_3	86.800,00	86.800,00	13,8	0,5
Cen_3	83.300,00	84.700,00	13,8	0,5
...	...	...	...	...
Cen_{44}	56.700,00	55.300,00	7,8	20,5
Cen_{44}	53.200,00	53.200,00	7,8	20,5
Cen_{44}	49.700,00	51.100,00	7,8	20,5

Cenários	C_S (δ=5)	C_S (δ=3)	r	σ
Cen_2	90.300,00	88.900,00	13,8	20,5
Cen_2	86.800,00	86.800,00	13,8	20,5
Cen_2	83.300,00	84.700,00	13,8	20,5
Cen_4	90.300,00	88.900,00	10,8	40,5
Cen_4	86.800,00	86.800,00	10,8	40,5
Cen_4	83.300,00	84.700,00	10,8	40,5
...	...	...	...	...
Cen_{45}	56.700,00	55.300,00	7,8	0,5
Cen_{45}	53.200,00	53.200,00	7,8	0,5
Cen_{45}	49.700,00	51.100,00	7,8	0,5

2. Cálculo dos prêmios e pior variação em cada cenário contíguo

Para apresentar o procedimento para determinação da pior variação da carteira nos cenários contíguos consideramos, primeiramente, os dados associados ao Cen_1 na Tabela 4.

Calculando o prêmio das opções compradas e vendidas nos cenários contíguos de acordo com a função de apreçamento adequada dentre as apresentadas no Anexo II, obtemos também o valor financeiro *VF* das duas posições multiplicando o prêmio unitário pelo número de contratos. Como as análises referem-se a um único cenário contíguo Cen_1, consideramos o menor valor dentre *VF(posição)*, que indica a pior variação da posição neste cenário.

		Posição Comprada				Posição Vendida			
r	*σ*	C_S (δ=5)	*Prêmio*	*VF(posição)*	*min VF(Cen_1)*	C_S (δ=3)	*Prêmio*	*VF(posição)*	*min VF(Cen_1)*
13,8	40,5	90.300,00	3.216,16	228.347,55	126.565,38	88.900,00	-2.529,22	-179.574,55	-179.574,55
13,8	40,5	86.800,00	2.427,44	172.348,30		86.800,00	-2.128,99	-151.158,64	
13,8	40,5	83.300,00	1.782,61	126.565,38		84.700,00	-1.775,19	-126.038,73	

Vale salientar que os VFs das posições calculados no cenário de referência são dados por

Tabela 5: Cálculo das posições no cenário de referência, Cen_{Ref}.

			Posição Comprada		Posição Vendida	
r	*σ*	C_S	*Prêmio*	*VF(posição)*	*Prêmio*	*VF(posição)*
10,8	20,5	70.000,00	0,29	20,66	-0,37	-26,18

De acordo com a Seção 3.2.2, calculamos para o cenário Cen_1 o ΔVF para as duas posições e, em seguida, podemos definir com base na equação (3.19) o risco da carteira no cenário contíguo, que consiste da soma dos ΔVF. A saber,

	Posição Comprada		Posição Vendida		
Cenário	**min(VF)**	**ΔVF**	**min(VF)**	**ΔVF**	**Risco carteira**
Cen_1	126.565,38	126.545,02	-179.574,55	-179.548,38	**-53.003,35**

Repetindo o mesmo procedimento para todos os cenários contíguos definidos, temos:

Tabela 6: Cálculo do Risco da Carteira nos Cenários Contíguos.

	Posição Comprada		Posição Vendida		Líquido
Cenários	min(VF)	ΔVF	min(VF)	ΔVF	Risco carteira
Cen_1	126.565,38	126.545,02	-179.574,55	-179.548,38	-53.003,35
Cen_2	2.044,02	2.023,67	-10.696,43	-10.670,26	-8.646,59
Cen_3	3,36	-16,99	0	26,18	9,18
Cen_4	128.478,17	128.457,81	-163.709,12	-163.682,94	-35.225,13
Cen_5	2.074,91	2.054,56	-8.178,79	-8.152,61	-6.098,05
Cen_6	3,36	-16,99	0	26,18	9,18
Cen_7	130.419,87	130.399,51	-148.949,17	-148.922,99	-18.523,48
Cen_8	2.106,27	2.085,92	-6.198,87	-6.172,69	-4.086,78
Cen_9	3,41	-16,94	0	26,18	9,23
Cen_{10}	52.784,24	52.763,88	-84.932,50	-84.906,33	-32.142,45
Cen_{11}	132,19	111,83	-1.389,46	-1.363,28	-1.251,46
Cen_{12}	3,31	-17,04	0	26,18	9,13
Cen_{13}	53.581,97	53.561,61	-76.393,54	-76.367,37	-22.805,76
Cen_{14}	134,18	113,83	-1.000,85	-974,68	-860,85
Cen_{15}	3,36	-16,99	0	26,18	9,18

	Posição Comprada		Posição Vendida		Líquido
Cenários	min(VF)	ΔVF	min(VF)	ΔVF	Risco carteira
Cen_{16}	54.391,75	54.371,40	-68.569,28	-68.543,11	-14.171,71
Cen_{17}	136,21	115,86	-714,27	-688,1	-572,24
Cen_{18}	3,41	-16,94	0	26,18	9,23
Cen_{19}	17.298,20	17.277,85	-33.239,81	-33.213,63	-15.935,79
Cen_{20}	6,51	-13,84	-89,81	-63,63	-77,47
Cen_{21}	3,31	-17,04	0	26,18	9,13
Cen_{22}	17.559,63	17.539,28	-29.431,59	-29.405,41	-11.866,13
Cen_{23}	6,61	-13,74	-60,35	-34,18	-47,92
Cen_{24}	3,36	-16,99	0	26,18	9,18
Cen_{25}	17.825,01	17.804,66	-26.002,51	-25.976,34	-8.171,68
Cen_{26}	6,71	-13,64	-40,17	-13,99	-27,64
Cen_{27}	3,41	-16,94	0	26,18	9,23
Cen_{28}	4.064,02	4.043,67	-10.059,47	-10.033,30	-5.989,63
Cen_{29}	3,34	-17,02	-2,23	23,95	6,93
Cen_{30}	3,31	-17,04	0	26,18	9,13
Cen_{31}	4.125,44	4.105,09	-8.743,90	-8.717,72	-4.612,63
Cen_{32}	3,39	-16,97	-1,38	24,8	7,83
Cen_{33}	3,36	-16,99	0	26,18	9,18
Cen_{34}	4.187,79	4.167,44	-7.583,00	-7.556,83	-3.389,39
Cen_{35}	3,44	-16,92	-0,85	25,33	8,41
Cen_{36}	3,41	-16,94	0	26,18	9,23
Cen_{37}	595,32	574,97	-2.125,37	-2.099,20	-1.524,23
Cen_{38}	3,31	-17,04	-0,01	26,16	9,12
Cen_{39}	3,31	-17,04	0	26,18	9,13
Cen_{40}	604,32	583,96	-1.807,33	-1.781,16	-1.197,19
Cen_{41}	3,36	-16,99	-0,01	26,17	9,18
Cen_{42}	3,36	-16,99	0	26,18	9,18
Cen_{43}	613,45	593,1	-1.533,24	-1.507,07	-913,97
Cen_{44}	3,41	-16,94	0	26,17	9,23
Cen_{45}	3,41	-16,94	0	26,18	9,23

3. Cálculo da margem da carteira

Com base na equação (3.21), a margem da carteira é determinada a partir do menor valor para o risco calculado e o do valor do CLC das posições no cenário de referência. De acordo com as Tabelas 5 e 6, temos que $Risco_{min}$= -53.003,35 e $CLC(Cen_{Ref})$= 5,51, sendo a margem da carteira é dada por

$$\text{Margem} = \text{Max}\{5{,}51-(-53.003{,}35);\ 0\} = 53.008{,}86,$$

que equivale a 1,06% do valor *notional* da estratégia (R$ 5.000.000,00).

4. Cálculo da margem mínima

Com base no que foi apresentado na Seção 3.2.3, supomos que o fator de margem mínima para opções flexíveis sobre Ibovespa para o prazo de seis meses seja F_{MM}=1,5%.

Para uma posição vendida em call com preço de exercício K, a carteira protegida é construída a partir da compra de uma call, que limita a margem mínima, com preço de exercício $K' = K + \Delta S$, na qual

$$\Delta S = S^* F_{MM} = 70.000{,}00 * 1{,}5\% = 1.050{,}00.$$

Para a opção vendida, temos K=126.000,00, donde resulta que

$$K' = 126.000 + 1.050 = 127.050{,}00.$$

Analisando o valor financeiro da carteira na data de vencimento para o valor K', temos:

- Call comprada com barreira *Knock-in*: K' < H, logo a barreira não foi atingida e o valor financeiro no vencimento é igual ao rebate,

  VF(Call, K')= Rebate =0,05

- Call vendida:

  VF(Call, K')= K'-K=129.500,00-126.000,00=1.050,00.

Com base nestes cálculos, temos que o valor financeiro da carteira é dado por

VF(carteira) = 0,05 *71*1 + 1.050,00*71*(-1) = -74.546,50,

e, considerando a equação (3.27), temos que a margem mínima da carteira é dada por

MM= - *min*{0; -74.546,50}= 74.546,50

5. Incorporação da margem mínima ao cálculo da margem requerida

Finalmente, com base na equação (3.28), concluímos que a Margem Requerida para a carteira definida é

Margem Requerida= *max*{53.008,86; 74.546,50;0}= 74.546,50.

ANEXO V

FÓRMULAS PARA INTERPOLAÇÃO DE PREÇOS E TAXAS

1. Interpolação de Taxas e Preços

Os modelos de apreçamento de opções anteriormente apresentados utilizam um conjunto de taxas e preços que nem sempre possuem representação nas curvas de mercado utilizadas. As subseções a seguir trazem os procedimentos para interpolação de taxas expressas em 252 dias úteis, taxas expressas em 360 dias corridos e preços futuros.

1.1 Interpolação de Taxas Expressas em 252 Dias Úteis

A interpolação de taxas expressas em 252 dias úteis (capitalização composta) é dada pela fórmula:

$$r = \left(\left(1+r_j\right)^{du_j/252} \times \left(\frac{\left(1+r_{j+1}\right)^{du_{j+1}/252}}{\left(1+r_j\right)^{du_j/252}} \right)^{\left(\frac{du-du_j}{du_{j+1}-du_j}\right)} - 1 \right)$$

$$du_j < du < du_{j+1}$$

onde:

r	=	taxa interpolada;
du	=	prazo, em dias úteis, de r;
r_j	=	taxa correspondente ao vértice fixo imediatamente anterior a r;
du_j	=	prazo, em dias úteis, correspondente ao vértice fixo imediatamente anterior a r;
r_{j+1}	=	taxa correspondente ao vértice fixo imediatamente posterior a r;
du_{j+1}	=	prazo, em dias úteis, correspondente ao vértice fixo imediatamente posterior a r.

1.2 Interpolação de Taxas Expressas em 360 Dias Corridos

A interpolação de taxas expressas em 360 dias corridos (capitalização simples) é dada pela fórmula:

$$r = \left(\left(1+r_j \times \frac{dc_j}{360}\right) \times \left(\frac{\left(1+r_{j+1} \times \frac{dc_{j+1}}{360}\right)}{\left(1+r_j \times \frac{dc_j}{360}\right)} \right)^{\left(\frac{du-du_j}{du_{j+1}-du_j}\right)} - 1 \right)$$

$$dc_j < dc < dc_{j+1}$$

onde:

r	=	taxa interpolada;
dc	=	prazo, em dias corridos, de r;
r_j	=	taxa correspondente ao vértice fixo imediatamente anterior a r;
dc_j	=	prazo, em dias corridos, correspondente ao vértice fixo imediatamente anterior a r;
r_{j+1}	=	taxa correspondente ao vértice fixo imediatamente posterior a r;
dc_{j+1}	=	prazo, em dias corridos, correspondente ao vértice fixo imediatamente posterior a r;
du_j	=	prazo, em dias úteis, correspondente ao vértice fixo imediatamente anterior a r;
du_{j+1}	=	prazo, em dias úteis, correspondente ao vértice fixo imediatamente posterior a r.

1.3 Interpolação de Preços Futuros

A interpolação de preços futuros, utilizada quando se define um fator de risco do tipo curva de preços futuros, é dada pela fórmula:

$$F = F_j \times \left(\frac{F_{j+1}}{F_j} \right)^{\frac{du - du_j}{du_{j+1} - du_j}}$$

$$du_j < du < du_{j+1}$$

onde:

F	=	preço futuro interpolado;
Du	=	prazo, em dias úteis, de F;
F_j	=	preço futuro correspondente ao vértice fixo imediatamente anterior a F;
du_j	=	prazo, em dias úteis, correspondente ao vértice fixo imediatamente anterior a F;
F_{j+1}	=	preço futuro correspondente ao vértice fixo imediatamente posterior a F;
du_{j+1}	=	prazo, em dias úteis, correspondente ao vértice fixo imediatamente posterior a F.

1.4 Interpolação da Superfície de Volatilidade

A interpolação da superfície de volatilidade é efetuada em três etapas:

1) Interpolação por *spline* cúbico natural da volatilidade teórica $\sigma\left(i,t_{op}\right)$ de cada curva de volatilidade i para o prazo da operação t_{op};
2) Determinação dos preços de exercícios $X\left(i,t_{op}\right)$ equivalentes a cada volatilidade teórica $\sigma\left(i,t_{op}\right)$ obtida em 1);

3) Interpolação por *spline* cúbico natural da volatilidade $\sigma\left(X_{op}, t_{op}\right)$ referente ao preço de exercício da operação X_{op} e ao prazo da operação t_{op}.

1) Interpolação das volatilidades para o prazo de operação t_{op}

Para cada curva i (volatilidade por prazo, para cada delta), as volatilidades teóricas referentes ao prazo da operação t_{op}, expresso em dias de saque, são obtidas através de interpolação por *spline* cúbico natural:

$$\sigma\left(i, t_{op}\right) = A \times \sigma\left(i, t_j\right) + B \times \sigma\left(i, t_{j+1}\right) + C \times \sigma''\left(i, t_j\right) + D \times \sigma''\left(i, t_{j+1}\right)$$

Onde

- $\sigma\left(i, t_{op}\right)$: volatilidade teórica da curva i para o prazo t_{op};
- t_j: prazo, em dias de saque, do vértice imediatamente menor que o prazo t_{op};
- t_{j+1}: prazo, em dias de saque, do vértice imediatamente maior que o prazo t_{op};
- $\sigma\left(i, t_j\right)$: valor da volatilidade teórica na curva i, no vértice t_j;
- $\sigma\left(i, t_{j+1}\right)$: valor da volatilidade teórica na curva i, no vértice t_{j+1};

Os coeficientes A, B, C e D para cada prazo de operação t_{op} são dados por:

$$A\left(t_{op}\right) = \frac{t_{j+1} - t_{op}}{t_{j+1} - t_j}$$

$$B\left(t_{op}\right) = 1 - A\left(t_{op}\right)$$

$$C\left(t_{op}\right) = \frac{1}{6} \times \left(A^3 - A\right) \times \left(t_{j+1} - t_j\right)^2$$

$$D\left(t_{op}\right) = \frac{1}{6} \times \left(B^3 - B\right) \times \left(t_{j+1} - t_j\right)^2$$

As variáveis auxiliares $\sigma''\left(i, t_j\right)$ são determinadas para cada vértice de prazo t_j de cada curva i, sendo dada para o primeiro vértice por:

$$\sigma''\left(i, t_1\right) = 0$$

Para cada vértice entre o vértice $j = 2$ e o vértice N-1, as variáveis auxiliares abaixo são calculadas recursivamente:

$$s(j) = \frac{t_j - t_{j-1}}{t_{j+1} - t_{j-1}}$$

$$p(j) = s(j) \times \sigma''\left(i, t_{j-1}\right) + 2$$

$$\sigma''\left(i,t_j\right)=\frac{\left(s(j)-1\right)}{p(j)}$$

$$u\left(t_j\right)=\frac{\sigma\left(t_{j+1}\right)-\sigma\left(t_j\right)}{t_{j+1}-t_j}-\frac{\sigma\left(t_j\right)-\sigma\left(t_{j-1}\right)}{t_j-t_{j-1}}$$

$$u\left(t_j\right)=\frac{\dfrac{6\times u\left(t_j\right)}{t_{j+1}-t_{j-1}}-s(j)\times u\left(t_{j-1}\right)}{p(j)}$$

Iniciando em N, e dado que: $\sigma''\left(i,t_N\right)=0$

Para cada vértice entre o vértice de prazo N-1 e o vértice 2, as variáveis auxiliares abaixo são recalculadas recursivamente:

$$\sigma''\left(i,t_j\right)=\sigma''\left(i,t_j\right)\times\sigma''\left(i,t_{j+1}\right)+u\left(t_j\right)$$

O resultado do procedimento é apresentado na Tabela 1

Curva	Delta	Volatilidade Implícita
1	0,99	$\sigma(1,t_{op})$
2	0,90	$\sigma(2,t_{op})$
3	0,75	$\sigma(3,t_{op})$
4	0,63	$\sigma(4,t_{op})$
5	0,50	$\sigma(5,t_{op})$
6	0,37	$\sigma(6,t_{op})$
7	0,25	$\sigma(7,t_{op})$
8	0,10	$\sigma(8,t_{op})$
9	0,01	$\sigma(9,t_{op})$

Tabela 1: Volatilidades Implícitas para o prazo t_{op}

2) Determinação dos Preços de Exercício

Para cada curva teórica de volatilidade, o preço de exercício $X\left(i,t_{op}\right)$ referente ao prazo da operação t_{op} e a curva de volatilidade i é dado por

$$X\left(i,t_{op}\right)=F\left(t_{op}\right)\times\exp\left(-d_1(i)\times\sigma\left(i,t_{op}\right)\times\sqrt{T^*}+0,5\times\sigma^2\left(i,t_{op}\right)\times T^*\right)$$

Onde

- $X\left(i,t_{op}\right)$: preço de exercício referente à curva teórica i e ao prazo t_j;

- t_{op} : prazo da operação, em dias de saque;
- T^* : prazo da operação, em anos, conforme convenção da volatilidade da variável;
- $F(t_j)$: valor da taxa referencial forward, interpolado para o prazo t_{op} ;
- $\sigma(i,t_{op})$: valor da volatilidade teórica referente à curva i e ao prazo da operação, em dias de saque t_{op} ;
- $d_1(i)$: é uma constante dada para cada curva teórica de volatilidade:

i	$d_1(i)$
1	2,326350
2	1,281552
3	0,674490
4	0,331853
5	0
6	-0,331850
7	-0,674490
8	-1,281550
9	-2,326350

O resultado do procedimento é apresentado na Tabela 2

Curva	Delta	Volatilidade Implícita	Preço Exercício
1	0,99	$\sigma(1,t_{op})$	$X(1,t_{op})$
2	0,90	$\sigma(2,t_{op})$	$X(2,t_{op})$
3	0,75	$\sigma(3,t_{op})$	$X(3,t_{op})$
4	0,63	$\sigma(4,t_{op})$	$X(4,t_{op})$
5	0,50	$\sigma(5,t_{op})$	$X(5,t_{op})$
6	0,37	$\sigma(6,t_{op})$	$X(6,t_{op})$
7	0,25	$\sigma(7,t_{op})$	$X(7,t_{op})$
8	0,10	$\sigma(8,t_{op})$	$X(8,t_{op})$
9	0,01	$\sigma(9,t_{op})$	$X(9,t_{op})$

Tabela 2: Volatilidades Implícitas e Preços de Exercício para o prazo t_{op}

3) Interpolação da volatilidade entre preços de exercício

A volatilidade $\sigma(X_{op},t_{op})$ referente ao preço de exercício da operação X_{op} e o prazo da operação t_{op} é obtida através de interpolação na Tabela 2 por *spline* cúbico natural das volatilidades implícitas, dado o preço de exercício, conforme descrição abaixo:

$$\sigma(X_{op},t_{op}) = A\times\sigma(X_i,t_{op}) + B\times\sigma(X_{i+1},t_{op}) + C\times\sigma''(X_i,t_{op}) + D\times\sigma''(X_{i+1},t_{op})$$

Onde

- $\sigma\left(X_{op},t_{op}\right)$: volatilidade teórica para o preço de exercício X_{op} e prazo de operação t_{op};
- $\sigma\left(X_i,t_{op}\right)$: volatilidade teórica referente ao prazo t_{op} e ao preço de exercício X_i imediatamente menor ao preço de exercício da operação X_{op};
- $\sigma\left(X_{i+1},t_{op}\right)$: volatilidade teórica referente ao prazo t_{op} e ao preço de exercício X_{i+1} imediatamente maior ao preço de exercício da operação X_{op};

Os coeficientes A, B, C e D para o preço de exercício X_{op} são dados por:

$$A\left(X_{op}\right)=\frac{X_{i+1}-X_{op}}{X_{i+1}-X_i}$$

$$B\left(X_{op}\right)=1-A\left(X_{op}\right)$$

$$C\left(X_{op}\right)=\frac{1}{6}\times\left(A^3-A\right)\times\left(X_{i+1}-X_i\right)^2$$

$$D\left(X_{op}\right)=\frac{1}{6}\times\left(B^3-B\right)\times\left(X_{i+1}-X_i\right)^2$$

As variáveis auxiliares $\sigma''\left(i,t_{op}\right)$ são calculadas através de:

$$\sigma''\left(1,t_{op}\right)=0$$

Para cada vértice entre o vértice 2 e o vértice N-1, as variáveis auxiliares abaixo são calculadas:

$$s\left(i\right)=\frac{X_i-X_{i-1}}{X_{i+1}-X_{i-1}}$$

$$p\left(i\right)=s\left(i\right)\times\sigma''\left(i-1,t_{op}\right)+2$$

$$\sigma''\left(i,t_{op}\right)=\frac{\left(s\left(i\right)-1\right)}{p\left(i\right)}$$

$$u\left(i\right)=\frac{\sigma\left(i+1,t_{op}\right)-\sigma\left(i,t_{op}\right)}{X\left(i+1,t_{op}\right)-X\left(i,t_{op}\right)}-\frac{\sigma\left(i,t_{op}\right)-\sigma\left(i-1,t_{op}\right)}{X\left(i,t_{op}\right)-X\left(i-1,t_{op}\right)}$$

$$u\left(i\right)=\frac{\dfrac{6\times u\left(i\right)}{X_{i+1}-X_{i-1}}-s\left(i\right)\times u\left(i-1\right)}{p\left(i\right)}$$

Iniciando na curva 5, e dado que: $\sigma''(5,t_{op})=0$

Para cada curva entre a curva 4 e a curva 2, as variáveis auxiliares abaixo são recalculadas:

$$\sigma''(i,t_{op})=\sigma''(i,t_{op})\times\sigma''(i+1,t_{op})+u(i)$$