MANUAL DE APREÇAMENTO CONTRATOS DE OPÇÕES

Informação Pública

30/6/2020

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

Neste Manual, são apresentadas as metodologias para os cálculos dos prêmios de referência das opções e dos insumos necessários, como volatilidades implícitas.

Os prêmios de referência para os contratos de opções são calculados a partir dos modelos da família Black & Scholes, considerando os valores dos insumos ao término da negociação. O insumo volatilidade implícita, que não é negociado ou observado diretamente no mercado, também deve ser calculado.

1 RENDA VARIÁVEL

1.1 Contratos de opções sobre ações, ETFs e índices

O prêmio de referência para os contratos de opções de compra e de venda é calculado pelas equações (1.1) e (1.2), respectivamente:

$$PRCALL_n = S \times e^{(-q_n T_n)} \times N(d_1) - K \times e^{(-r_n T_n)} \times N(d_2) \tag{1.1}$$

$$PRPUT_n = -S \times e^{(-q_n T_n)} \times N(-d_1) + K \times e^{(-r_n T_n)} \times N(-d_2) \tag{1.2}$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r_n - q_n + \frac{\sigma^2}{2}\right) T_n}{\sigma\sqrt{T_n}} \tag{1.3}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r_n - q_n - \frac{\sigma^2}{2}\right) T_n}{\sigma\sqrt{T_n}} \tag{1.4}$$

S = preço de fechamento do ativo-objeto da opção;

q_n = dividendo pago pelo ativo-objeto da opção. Trata-se de taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual, referente ao vencimento n. Para as opções sobre ações, ETFs e índices esse termo é nulo, pois as opções são protegidas contra o pagamento de dividendos;

r_n = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual, correspondente ao vencimento n e calculada pela equação (1.5);

T_n = prazo de vencimento, em anos do calendário, pertinente à praça em questão, ou seja:

$$T_n = \frac{DU_n}{252}$$

sendo DU_n o número de dias de saque, entre a data de cálculo e a data de vencimento do vencimento interpolado i;

K = preço de exercício da opção; e

σ = volatilidade para a opção, calculada conforme a seção 1.2.

Cálculo da taxa de juro exponencial

$$r_n = \ln(1 + TPre_{DI1}^n) \tag{1.5}$$

onde:

$TPre_{DI1}^n$ = taxa prefixada para o vencimento n, calculada por meio da interpolação exponencial dos preços de ajuste do contrato futuro de taxa média de DI de um dia (DI1) (veja o Manual de Apreçamento da B3 – Contratos Futuros).

1.2 Cálculo da volatilidade para opções sobre ações, ETFs e índices

A volatilidade para as opções sobre ações, ETFs e índices será computada a partir de duas famílias de modelos, segundo a liquidez das séries de opções. Os procedimentos, resumidos a seguir, são aplicados por ativo-objeto.

Modelos de cálculo para opções líquidas

Esses modelos são aplicados na geração da superfície de volatilidade para as ações, os ETFs e os índices que possuem o mínimo de séries (veja a Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais) com liquidez.

A avaliação de liquidez das séries para utilização desses modelos é feita com frequência quinzenal. A relação dos ativos classificados como líquidos está na Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais. Tal classificação não estabelece quantidades ou spreads mínimos. Conforme será explicado na sequência, as quantidades e os spreads são considerados ao se ajustarem os modelos de superfície de volatilidade aos negócios e às ofertas observados.

A geração da superfície de volatilidade para todas as séries de opções de um ativo (ação, ETF ou índice) classificado como líquido é feita em duas etapas:

1. Séries com liquidez: os negócios e as ofertas verificados na janela de captura (veja a Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais) que antecede o encerramento da negociação de opções são usados no ajuste dos modelos de não arbitragem para as superfícies de volatilidade; e

2. Séries sem liquidez: a volatilidade é obtida a partir dos modelos ajustados na etapa anterior.

Tal abordagem assegura a geração de volatilidades e prêmios livres de arbitragem.

As etapas de cálculo anteriores são efetuadas para as opções de compra e de venda separadamente, ou seja, são produzidas superfícies de volatilidades distintas para opções de compra e de venda.

Modelo de cálculo para opções ilíquidas

Esse modelo é aplicado na geração das superfícies de volatilidade relativas aos ativos classificados como ilíquidos, ou seja, que não contêm o número mínimo de séries com liquidez.

São empregados os mesmos modelos utilizados pelas ações consideradas líquidas, mas o ajuste dos parâmetros do modelo é feito a partir de dados históricos das ações.

Tal abordagem assegura o desenvolvimento de superfícies de volatilidade com as mesmas características observadas nas séries que apresentam liquidez, como sorriso de volatilidade e estrutura a termo para a volatilidade, além de garantir a geração de volatilidades e prêmios livres de arbitragem.

1.2.1 Modelo de cálculo ilíquido

Para as ações, os ETFs e os índices classificados como ilíquidos (ativos não listados na Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais), a superfície de volatilidade é calculada seguindo-se os passos abaixo, que são aplicados para as opções de compra e para as opções de venda.

Passo 1: Captura de dados de fechamento: preço de fechamento dos ativos e curva da taxa de juro livre de risco (veja o Manual de Apreçamento da B3 – Contratos Futuros)

Os preços de fechamento atualizam o histórico de preços usado no cálculo dos retornos logarítmicos.

Passo 2: Cálculo dos momentos amostrais de ordem superior: assimetria e curtose (item 1.2.1.2)

Os momentos amostrais de ordem superior são calculados para o histórico de três anos dos retornos logarítmicos dos preços de fechamento.

Passo 3: Cálculo da estrutura a termo de volatilidade (item 1.2.1.3)

As volatilidades para os prazos correspondentes aos vencimentos das opções são calculadas a partir do modelo GARCH (1,1). A volatilidade instantânea do modelo GARCH (1,1) é atualizada diariamente e os coeficientes ω, α, β e a volatilidade de longo prazo são atualizados semanalmente.

Passo 4: Cálculo dos prêmios das opções

Os prêmios são calculados pelo modelo de Corrado & Su, empregando a volatilidade da estrutura a termo de volatilidade e os momentos amostrais (item 1.2.1.1).

Passo 5: Cálculo das volatilidades implícitas das opções

As volatilidades implícitas de todas as séries de opções são calculadas a partir dos prêmios de Corrado & Su (cujo cálculo foi realizado no passo anterior), mediante a inversão da equação de Black & Scholes (subseção 1.2.3).

1.2.1.1 Modelo de Corrado & Su

Opções de compra

O modelo de Corrado & Su calcula os prêmios de opções. O valor de uma opção de compra europeia é dado por:

$$C_{CS}(S,K,r,T,\sigma,\kappa_3,\kappa_4) = C_{BS}(S,K,r,q,T,\sigma) + \kappa_3 Q_3 + (\kappa_4 - 3)Q_4$$

onde:

$$Q_3 = \frac{1}{6(1+w)} S\sigma\sqrt{T}\left(2\sigma\sqrt{T} - d\right)n(d)$$

$$Q_4 = \frac{1}{24(1+w)} S\sigma\sqrt{T}\left(d^2 - 3d\sigma\sqrt{T} + 3\sigma^2 T - 1\right)n(d)$$

com:

$$d = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)T - \ln(1+w)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$w = \frac{\kappa_3}{6}\sigma^3 T^{3/2} + \frac{\kappa_4}{24}\sigma^4 T^2$$

$C_{BS}(S,K,r,q,T,\sigma)$ = prêmio de uma opção de compra pelo modelo de Black & Scholes;

S = preço do ativo-objeto (preço de fechamento);

K = preço de exercício da opção;

r = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual;

q = taxa de dividendos, ou seja, taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual;

T = prazo de vencimento, em anos do calendário, pertinente à praça em questão;

σ = volatilidade do modelo, obtido da estrutura a termo de volatilidade (item 1.2.1.3); e

κ_3 e κ_4 = assimetria e curtose do ativo-objeto (item 1.2.1.2).

Opções de venda

O preço para opções de venda de acordo com o modelo de Corrado & Su é determinado por meio da paridade *put-call*:

$$P_{CS}(S,K,r,q,T,\sigma,\kappa_3,\kappa_4) = C_{CS} - S\exp(-qT) + K\exp(-rT)$$

com $C_{CS} \equiv C_{CS}(S,K,r,q,T,\sigma,\kappa_3,\kappa_4)$, que é o preço da opção de compra no modelo de Corrado & Su para os mesmos preços de exercício e vencimento.

1.2.1.2 Cálculo dos momentos de ordem superior

Os momentos de ordem superior são calculados a partir das seguintes equações:

$$\kappa_3 = \sum_{j=t}^{t-N} \frac{1}{N} \frac{(r(j)-m)^3}{s^3} \quad \text{e} \quad \kappa_4 = \sum_{j=t}^{t-N} \frac{1}{N} \frac{(r(j)-m)^4}{s^4}$$

onde:

$r(j) = \ln\left(S_j/S_{j-1}\right)$ = retornos logarítmicos;

m e s = média e desvio padrão dos retornos; e

N = tamanho do histórico usado nos cálculos (nesse caso, $N = 3$ anos de retornos diários).

1.2.1.3 Cálculo da estrutura a termo de volatilidade

O parâmetro de volatilidade σ no modelo de Corrado & Su é função do prazo para o vencimento da opção, $\sigma \equiv \sigma(T)$, que é a estrutura a termo de volatilidade:

$$\sigma(T) = \sqrt{252\, V(T)}$$

$$V(T) = V_L + \frac{1 - \exp(-aT \cdot 252)}{aT \cdot 252} (\hat{\sigma}^2(t+1) - V_L)$$

com:

$$a = \ln \frac{1}{\alpha + \beta}$$

$$V_L = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta}$$

onde:

T = prazo referente ao vencimento da opção, em dias úteis;

α, β e ω = coeficientes do modelo GARCH(1,1);

$\hat{\sigma}^2(t+1)$ = variância instantânea, calculada segundo a fórmula da volatilidade autoregressiva do modelo GARCH(1,1).

$$\hat{\sigma}^2(t+1) = \omega + \alpha r^2(t) + \beta \hat{\sigma}^2(t)$$

com:

$r(t)$ = último instante da série de retornos (calculado com o fechamento do dia);

$\hat{\sigma}^2(t)$ = estimador de variância autoregressivo obtido da aplicação da fórmula acima a série de retornos e considerando a variância amostral como a na origem $\hat{\sigma}^2(t-N-1)$, para uma série de retornos de comprimento N.

1.2.2 Modelo de cálculo líquido

Para as ações, os ETFs e os índices classificados como líquidos, constantes da Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais, a superfície de volatilidade é calculada consoante os passos estabelecidos a seguir, que são aplicados para as opções de compra e para as opções de venda separadamente.

Passo 1: Captura de dados intradiários de negociação e cálculo do preço médio e de sua incerteza para cada série (item 1.2.2.6.1)

São capturados na janela de captura (veja a Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais) que antecede o encerramento do pregão, para cada série:

– os negócios (quantidade e preço) realizados; e

– as ofertas de compra e venda (quantidade e preço). São consideradas as ofertas disponíveis no primeiro nível do livro de ofertas que oferecem *bid* e *ask* simultâneos. Cada alteração de preço ou de quantidade resulta em novo registro.

Passo 2: Cálculo da volatilidade implícita concernente aos preços médios das séries e a suas incertezas (item 1.2.2.6.2)

São calculadas para cada série:

– a volatilidade implícita dos preços médios das séries; e

– as incertezas de cada volatilidade implícita, com base nos limites superior e inferior definidos pela incerteza em relação ao preço médio do ativo-objeto e das séries.

Passo 3: Ajuste de modelo de não arbitragem

De posse dos preços médios dos ativos-objetos, das séries e das volatilidades implícitas, os modelos de não arbitragem para as séries de opções são ajustados (item 1.2.2.1). No entanto, antes de definir o modelo de não arbitragem, é necessário classificar os vencimentos. Os vencimentos com o número de séries observadas superiores a quantidade mínima (veja a Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais) são classificados como vencimentos líquidos; os demais vencimentos que não atenderem a esse critério são denominados ilíquidos. Dada a classificação dos vencimentos, o ajuste dos modelos pode ser realizado de duas formas:

- diretamente nos vencimentos líquidos; ou
- diretamente no agrupamento dos vencimentos líquidos e ilíquidos.

Ajuste nos vencimentos líquidos

Os vencimentos líquidos podem ser ajustados por meio de dois modelos:

- Modelo de volatilidade implícita SABR: o ajuste considera as volatilidades implícitas médias e suas incertezas; e
- Modelo de prêmio de opções de Corrado & Su: o ajuste considera os prêmios médios e suas incertezas.

Os modelos são aplicados às ações e estão disponíveis na Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais. Eventualmente, os modelos podem ser alterados, o que ocorre quando um modelo alternativo exibe ajuste melhor do que o modelo padrão definido para a ação.

Avaliação da qualidade do ajuste dos modelos líquidos

A qualidade de ajuste do modelo é avaliada com base na distribuição de resíduos do modelo, tanto com relação aos prêmios observados, quanto em relação as volatilidades implícitas observadas. Os erros de ajuste dos modelos devem ser cobertos pelas incertezas associadas as séries. Eventualmente, para alguns movimentos de mercado, as curvas observadas podem dificultar a convergência do ajuste, que dessa forma gera resultados onde a incerteza dos dados observados é superior ao resíduo, este resultado é classificado como uma violação. Quando algumas séries apresentam violações, modelos alternativos devem ser experimentados com o objetivo de reduzir estas violações observadas.

Ajuste no agrupamento de vencimentos líquidos e ilíquidos

Os agrupamentos de vencimentos podem ser ajustados por intermédio de dois modelos: VLFit e VLGARCH, que consideram os prêmios médios e suas incertezas, detalhados nos itens 1.2.2.6 e 1.2.2.7.

Os modelos são aplicados às ações e estão disponíveis na Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais. Eventualmente, os modelos podem ser alterados, o que ocorre quando um modelo alternativo revela ajuste melhor do que o modelo padrão determinado para a ação.

Passo 4: Cálculo das volatilidades implícitas das opções

As volatilidades implícitas de todas as séries de opções de cada ação, ETF e índice classificado como líquido e calculado no passo anterior pelos modelos Corrado & Su, VLFit e VLGARCH são obtidas pela inversão da equação de Black & Scholes. As demais volatilidades implícitas são estimadas pelo modelo SABR (subseção 1.2.3).

1.2.2.1 Ajuste dos modelos de não arbitragem

Os modelos de não arbitragem são ajustados mediante a minimização da função objetivo:

$$f_{obj} = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{f_i - y_i}{\sigma_{y_i}} \right)^2$$

onde:

N = quantidade de séries com informações na captura de dados;

f_i = função do modelo adotado no ajuste;

y_i = média dos dados capturados – prêmios ou volatilidades implícitas; e

σ_{y_i} = incerteza referente a y_i.

Nas seções 1.2.2.2 a 1.2.2.5, são mostradas as funções dos modelos f_i utilizados nos ajustes. O otimizador utilizado é uma implementação do Globally-

Convergent Method of Moving Asymptotes (MMA) (descrito em Krister Svanberg, "A class of globally convergent optimization methods based on conservative convex separable approximations," SIAM J. Optim. 12 (2), p. 555-573 (2002)).

Na seção 1.2.2.6 são apresentadas as expressões para o calculo das médias e incertezas dos prêmios e das volatilidades implícitas.

1.2.2.2 Modelo SABR

O SABR é um modelo de volatilidade implícita:

$$\sigma_{BS}(F,K,T) = A_1.\left(\frac{z}{x(z)}\right).[1 + A_2.T]$$

onde:

$$A_1 = \frac{\alpha}{(FK)^{(1-\beta)/2}\left\{1 + \frac{(1-\beta)^2}{24}\left[\ln\left(\frac{F}{K}\right)\right]^2 + \frac{(1-\beta)^4}{1920}\left[\ln\left(\frac{F}{K}\right)\right]^4\right\}}$$

$$A_2 = \frac{(1-\beta)^2}{24}\frac{\alpha^2}{(FK)^{1-\beta}} + \frac{1}{4}\frac{\rho\beta\nu\alpha}{(FK)^{(1-\beta)/2}} + \frac{2-3\rho^2}{24}\nu^2$$

$$z = \frac{\nu}{\alpha}(FK)^{(1-\beta)/2}\ln(F/K)$$

$$x(z) = \ln\left\{\frac{\sqrt{1-\rho z+z^2}+z-\rho}{1-\rho}\right\}$$

com:

S e $F = Se^{rT}$ = preço do ativo-objeto e seu valor futuro. O valor do ativo-objeto é calculado consoante o item 1.2.2.6;

K = preço de exercício;

T = prazo anualizado para o vencimento da opção;

r = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual; e

α, β, ρ e ν = parâmetros ajustados com os dados capturados referentes aos vencimentos líquidos. Tais dados são calculados no item 1.2.2.6.

1.2.2.3 Modelo de Corrado & Su

O modelo de Corrado & Su (item 1.2.1.1) é dado por:

$$C_{CS}(S, K, r, T, \sigma, \kappa_3, \kappa_4)$$

onde:

S = preço do ativo-objeto, calculado conforme o item 1.2.2.6;

K = preço de exercício;

T = prazo anualizado para o vencimento da opção;

r = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual; e

σ, κ_3 e κ_4 = parâmetros ajustados com os dados capturados relativos aos vencimentos líquidos. Tais dados são calculados segundo o item 1.2.2.6.

1.2.2.4 Modelo VLGARCH

O modelo de Corrado & Su (item 1.2.1.1) é dado por:

$$C_{CS}(S, K, r, T, \sigma, \kappa_3, \kappa_4)$$

onde:

S = preço do ativo-objeto, calculado nos termos do item 1.2.2.6;

K = preço de exercício;

T = prazo anualizado para o vencimento da opção;

r = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual;

$\hat{\sigma}^2(t+1)$, a, κ_3 e κ_4 = parâmetros ajustados com os dados capturados atinentes aos vencimentos líquidos. Tais dados são calculados consoante o item 1.2.2.6;

$\sigma \equiv \sigma(T; a, \hat{\sigma}^2(t+1), V_L)$ = dado pela estrutura de volatilidade a termo (item 1.2.1.3); e

V_L = mesma volatilidade de longo prazo utilizada no modelo ilíquido (item 1.2.1.3) e calculada com os parâmetros GARCH da ação.

1.2.2.5 Modelo VLFit

O modelo de Corrado & Su (item 1.2.1.1) é dado por:

$$C_{CS}(S, K, r, T, \sigma, \kappa_3, \kappa_4)$$

S = preço do ativo-objeto, calculado segundo o item 1.2.2.6;

K = preço de exercício;

T = prazo anualizado para o vencimento da opção;

r = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual;

$\sigma \equiv \sigma(T; a, \hat{\sigma}^2(t+1), V_L)$ = dado pela estrutura de volatilidade a termo (item 1.2.1.3); e

V_L, $\hat{\sigma}^2(t+1)$, a, κ_3 e κ_4 = parâmetros ajustados com os dados capturados referentes aos vencimentos líquidos. Tais dados são calculados conforme o item 1.2.2.6.

1.2.2.6 Consolidação de dados intradiários de opções

De acordo com o item 1.2.2.1, os modelos de não arbritagem são utilizados para ajuste (i) dos prêmios observados e (ii) das volatilidades implícitas nos prêmios observados, sendo o ajuste efetuado a partir dos valores médios e das incertezas associadas a cada série observada.

Os valores médios e as incertezas de cada série são calculados a partir das observações de:

- negócios de ações;

- negócios de opções;
- ofertas de compra e venda de opções;

As incertezas são calculadas a partir de negócios e ofertas verificados no período de captura. Os cálculos dos valores médios e incertezas das opções e das volatilidades implícitas são demonstrados na sequência.

1.2.2.6.1. Valores médios e incertezas para as opções

Cálculo do preço médio das opções

O preço médio das opções é calculado em três etapas, a seguir.

1. Cálculo do preço médio dos negócios das opções

$$p_n = \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_i P_i}{\sum_{i=1}^{N} Q_i}$$

onde:

Q_i = quantidade de opções transacionadas no i-ésimo negócio durante o período de captura;

P_i = preço correspondente ao i-ésimo negócio de opções durante o período de captura; e

N = quantidade de negócios de opções realizados durante o período de captura.

2. Cálculo do preço médio das ofertas de opções (preço *mid*)

$$p_{mid} = \frac{p_c + p_v}{2}$$

onde:

p_c e p_v = médias dos preços de ofertas de compra e venda, respectivamente.

$$p_X = \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_{X,i} P_{X,i}}{\sum_{i=1}^{N} Q_{X,i}}$$

onde:

p_X = preço médio das ofertas de compra ($X = c$) ou de venda ($X = v$);

$Q_{X,i}$ = quantidade de contratos ofertados (em X, compra ou venda) na i-ésima ordem verificada no topo do livro durante o período de captura;

$P_{X,i}$ = preço correspondente à i-ésima oferta (em X, compra ou venda) registrada durante o período de captura; e

N = quantidade de ofertas observadas durante o período de captura.

3. Composição das médias de ofertas com médias de negócios na média final dos preços de opções

$$p_{opt} = \frac{\frac{p_n}{s_n^2} + \frac{p_{mid}}{s_{mid}^2}}{\frac{1}{s_n^2} + \frac{1}{s_{mid}^2}}$$

onde:

s_n e s_{mid} = incertezas pertinentes ao preço médio dos negócios e ao preço médio das ofertas, respectivamente. O cálculo dessas variáveis é apresentado a seguir.

Cálculo da incerteza do preço das opções

A incerteza do preço médio das opções é calculada em três etapas, a seguir.

1. Cálculo da incerteza dos negócios

$$s_n = \frac{\sigma_n \sqrt{\sum_{i=1}^{N} Q_i^2}}{\sum_{i=1}^{N} Q_i}$$

com:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(P_i - P_n)^2}{N-1}}$$

onde:

Q_i = quantidade de opções transacionadas no i-ésimo negócio durante o período de captura;

P_i = preço correspondente ao i-ésimo negócio de opções durante o período de captura; e

N = quantidade de negócios de opções realizados durante o período de captura.

Quando $N \leq 1$, assume-se $s_n = 0{,}005$ (a incerteza no preço é de metade de um centavo de reais). Esses parâmetros podem ser especificados por ação e se encontram na Tabela 2 do Anexo de Parâmetros Mensais.

Uma correção é aplicada à incerteza para evitar distorções quando há poucos negócios (tipicamente, menos de cinco) com grandes volumes durante a captura. A correção é realizada mediante a multiplicação do fator f_t por s_n:

$$s_n \equiv f_t\, s_n$$

onde:

$$f_t = \frac{q(IC, N-1)}{q(IC, \infty)}$$

com:

$q(IC, \nu)$ = função inversa da distribuição t-student com ν graus de liberdade e intervalo de confiança IC. O parâmetro IC é definido na Tabela 2 do Anexo de Parâmetros Mensais.

Quando $N \leq 1$, usa-se:

$$f_t = \frac{q(IC, 1)}{q(IC, \infty)}$$

2. Cálculo da incerteza do preço das ofertas

$$s_{mid} = \sqrt{\frac{1}{4}(s_c^2 + s_v^2) + \left(\frac{spread}{2}\right)^2}$$

onde:

s_{mid} = incerteza no preço *mid* (média das ofertas de compra e de venda);

s_c, s_v = incerteza das ofertas de compra e de venda; e

$spread$ = diferença entre a média dos preços ofertados de venda e de compra, ou seja:

$$spread = p_v - p_c$$

$$s_X = \frac{\sigma_X \sqrt{\sum_{i=1}^{N} Q_{X,i}^2}}{\sum_{i=1}^{N} Q_{X,i}}$$

com:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left(P_{X,i} - p_X\right)^2}{N - 1}}$$

onde:

s_X = incerteza dos preços médios das ofertas de compra ($X = c$) ou de venda ($X = v$);

p_X = preço médio das ofertas de compra ($X = c$) ou de venda ($X = v$);

$Q_{X,i}$ = quantidade de contratos ofertados (em X, compra ou venda) na i-ésima ordem observada no livro durante o período de captura;

$P_{X,i}$ = preço correspondente à i-ésima oferta (em X, compra ou venda) verificada durante o período de captura;

N = quantidade de ofertas registradas durante o período de captura; e

3. Composição das incertezas de ofertas com as incertezas de negócios de opções

A incerteza final do preço das opções é dada por:

$$s_{opt} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{s_n^2} + \frac{1}{s_{mid}^2}}}$$

Ajuste da incerteza pelas quantidades de negócios e de ofertas

As quantidades de negócios e de ofertas estão diretamente ligadas às incertezas dos preços das opções, uma vez que os diferentes níveis dessas grandezas determinam a qualidade na formação dos preços. O objetivo aqui é redistribuir os pesos das séries em cada vencimento, separadamente, de acordo com o volume de negócios e de ofertas, bem como número de negócios e número de atualizações do primeiro nível do book de ofertas. Ou seja, dados os pesos (incertezas) obtidos por meio de oscilações de preços e spreads de ofertas, queremos incluir uma parcela de peso devido ao número de negócios e ao volume.

Por esse motivo, incluiu-se uma parcela de peso em s_{opt} (incerteza final do preço das opções):

$$s_{opt} \equiv \sqrt{\alpha\left(s_{opt}\right)^2 + (1-\alpha)\left(s_q\right)^2}$$

onde:

α = peso atribuído à parcela referente à incerteza final do preço das opções, limitada ao intervalo $0 \leq \alpha \leq 1$. Esse parâmetro é definido na Tabela 2 do Anexo dos Parâmetros Mensais; e

s_q = incerteza associada à quantidade de negócios e de ofertas. Essa quantidade diz respeito ao vencimento da série em questão, de maneira que corrija a incerteza final pelo efeito das quantidades de negócios e de ofertas.

O cálculo de s_q envolve as quantidades de negócios, as quantidades de ofertas e os números de contratos negociados e ofertados. Serão discriminados os passos e as fórmulas para se chegar a s_q. Para simplificar a nomenclatura, as quantidades de negócios e de ofertas são denominadas eventos, pois representam os eventos observados. Os cálculos a seguir são efetuados por vencimento (*smile*). Logo, N deve ser considerado o número de séries com informação no vencimento e M, o número de negócios (ou ofertas) da i-ésima série.

1. Cálculo do número de negócios e de ofertas (eventos)

O número de eventos final para cada série i em um vencimento é dado por:

$$n_i = f_n \alpha_n n_i^{neg} + (1 - \alpha_n) n_i^{of}$$

onde:

α_n = $0 \leq \alpha_n \leq 1$ = fator que define qual o peso a ser dado ao número de negócios diante do número de eventos de ofertas (veja a Tabela 2 do Anexo de Parâmetros Mensais);

$$n_i^{neg} = \sum_{j=1}^{M} neg_j$$

com:

neg_j = negócios observados no j-ésimo evento da série i;

$$n_i^{of} = \sum_{j=1}^{M} of_j$$

sendo:

of_j = ofertas observadas no j-ésimo evento da série i; e

f_n = fator de normalização entre ofertas e negócios (para o vencimento), ou seja:

$$f_n = \frac{\sum_{i=1}^{N} n_i^{of}}{\sum_{i=1}^{N} n_i^{neg}}$$

2. Cálculo do número de contratos de negócios e de ofertas

O número de contratos final para cada série i de um vencimento é dado por:

$$q_i = f_q.\alpha_q.q_i^{neg} + (1-\alpha_q).q_i^{of}$$

onde:

α_q: $0 \leq \alpha_q \leq 1$, fator que define qual o peso a ser dado ao número de contratos negociados diante do número de contratos ofertados (veja a Tabela 2 do Anexo de Parâmetros Mensais);

$$q_i^{neg} = \sum_{j=1}^{M} q_j^n$$

com:

q_j^n = número de contratos negociados no j-ésimo evento da série i;

$$q_i^{of} = \sum_{j=1}^{M} q_j^o$$

sendo:

q_j^o = número de contratos ofertados no j-ésimo evento da série i; e

f_q = fator de normalização entre ofertas e negócios (por vencimento), ou seja:

$$f_q = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i^{of}}{\sum_{i=1}^{N} q_i^{neg}}$$

3. Normalização entre contratos e eventos

Para cada série i, o número de eventos e a quantidade de contratos são normalizados segundo a equação:

$$q_i^{nq} = f_{nq}.\alpha_{nq}.n_i + (1 - \alpha_{nq}).q_i$$

gerando a quantidade final q_i^{nq} referente à série i, que integra as quantidades de eventos e os tamanhos dos eventos, onde:

q_i^{nq} = quantidade normalizada considerando o número de eventos e a quantidade de negócios;

$\alpha_{nq} = 0 \leq \alpha_{nq} \leq 1$, fator que regula o número de eventos e a quantidade de contratos (veja a Tabela 2 do Anexo de Parâmetros Mensais);

f_{nq} = fator de escala entre o número de eventos e a quantidade de contratos, ou seja:

$$f_{nq} = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i}{\sum_{i=1}^{N} n_i}$$

4. Cálculo da incerteza associada à quantidade de negócios e de ofertas s^q

A incerteza associada à quantidade de negócios e de ofertas, correspondente à série i, é dada por:

$$s_q \equiv s_i^q = \frac{1}{w_i^q}$$

onde:

$$w_i^q = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{s_i^{opt}}}{\sum_{i=1}^{N} q_i^{nq}}\ q_i^{nq}$$

com:

s_i^{opt} = incerteza dos preços de opções pertinente à série i. É importante salientar que, segundo apresentado anteriormente, $s_{opt} \equiv s_i^{opt}$ é a incerteza do preço das opções concernente à série i. Analogamente, $s_q \equiv s_i^q$. Dessa forma, tem-se:

$$s_{opt} \equiv \sqrt{\alpha\left(s_{opt}\right)^2 + (1-\alpha)\left(s_q\right)^2}$$

que é a incerteza final para o preço da opção. Essa incerteza é utilizada no cálculo da incerteza da volatilidade implícita da opção da série i, como será abordado a seguir.

1.2.2.6.2. Valores médios e incertezas para as volatilidades implícitas

Cálculo do valor médio da volatilidade implícita

O valor médio da volatilidade implícita é calculado a partir da fórmula:

$$V = \sigma_{BS}\left(p_{opt}, p_a, K, r, T\right)$$

onde:

p_{opt} = média final do preço das opções;

p_a = média do preço do ativo-objeto;

K = preço de exercício;

T = vencimento da opção;

r = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual; e

$\sigma_{BS(\ldots)}$ = cálculo da volatilidade implícita (subseção 1.2.3)

Cálculo da incerteza da volatilidade implícita a partir da incerteza dos preços

A incerteza na volatilidade implícita da série i é dada por:

$$s_V = \frac{|V_u - V_d|}{2}$$

onde:

$$V_u = \sigma_{BS}\left(p_{opt} + s'_{opt}, p_a, K, r, T\right)$$

$$V_d = \sigma_{BS}\left(p_{opt} - s'_{opt}, p_a, K, r, T\right)$$

com:

p_{opt} = média final do preço das opções;

s'_{opt} = incerteza final do preço da opção, ou seja:

$$s'_{opt} = \sqrt{s^2_{opt} + (\Delta \cdot \sigma_a)^2}$$

sendo:

Δ = delta da opção (Δ_{CALL} para opções de compra e Δ_{PUT} para opções de venda), com:

$$\Delta_{CALL} = N(d_1) \text{ e } \Delta_{PUT} = N(d_1) - 1$$

σ_a = incerteza do preço da ação;

p_a = média do preço do ativo-objeto;

K = preço de exercício;

T = vencimento da opção;

r = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual; e

$\sigma_{BS(\dots)}$ = cálculo da volatilidade implícita (subseção 1.2.3)

Cálculo do preço médio de ações

O preço médio das ações é dado por:

$$p_a = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i p_i}{\sum_{i=1}^{N} q_i}$$

onde:

q_i = quantidade de ações transacionadas no i-ésimo negócio durante o período de captura;

p_i = preço correspondente ao i-ésimo negócio durante o período de captura; e

N = quantidade de negócios realizados durante o período de captura.

Cálculo da incerteza do preço das ações

A incerteza do preço das ações é dada por:

$$s_a = \frac{\sigma_a \sqrt{\sum_{i=1}^{N} q_i^2}}{\sum_{i=1}^{N} q_i}$$

com:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (p_i - p_a)^2}{N - 1}}$$

1.2.2.7 Agrupamento das opções para ajuste dos modelos

Antes do ajuste, as séries passam por uma seleção, que considera os seguintes pontos:

- séries com valor absoluto do delta abaixo do delta máximo;

- séries com valor absoluto do delta acima do delta mínimo; e
- séries com incerteza menor do que a incerteza máxima.

Após a seleção, as séries são agrupadas para a realização do ajuste dos modelos de volatilidade. Há dois cenários para o ajuste dos modelos:

1. Ajuste do modelo por vencimento: as séries de opções, sobre o mesmo ativo-objeto e do mesmo tipo (compra ou venda), são agrupadas por vencimento. Os vencimentos que contêm quantidade mínima (definida na Tabela 2 do Anexo de Parâmetros Mensais) são ajustados pelo modelo de vencimento definido na Tabela 1 do Anexo de Parâmetros Mensais. Os modelos de Corrado & Su e SABR são as alternativas para a realização do ajuste no vencimento; e

2. Ajuste do modelo por bloco de opções: as séries de opções, sobre o mesmo ativo-objeto e do mesmo tipo (compra e venda), são agrupadas em blocos, de modo que seja possível ajustar um modelo com as informações presentes em diferentes vencimentos. Os modelos VLGARCH e VLFit são as alternativas para a realização do ajuste por bloco. Na sequência, são demonstrados os passos para a construção dos blocos.

Passos para construção dos blocos de opções

A formação dos blocos é aplicada a opções sobre o mesmo ativo-objeto e do mesmo tipo (compra ou venda).

Passo 1: Contagem e identificação de vencimentos pivôs: os vencimentos pivôs respeitam a quantidade mínima de séries por vencimento. As demais séries que não pertencem aos pivôs são ilíquidas e os vencimentos compostos por essas séries são vencimentos ilíquidos. Destaca-se que tais séries e vencimentos são ilíquidos sobre um ativo que seja classificado como líquido.

Passo 2: Cada grupo de séries e vencimentos ilíquidos pode estar associado a até dois vencimentos pivôs. Há quatro cenários possíveis:

1. vencimentos ilíquidos do início da estrutura a termo associados a um pivô posterior;
2. vencimentos ilíquidos intermediários da estrutura a termo associados a um pivô anterior e a um posterior;
3. vencimentos ilíquidos do fim da estrutura a termo associados a um pivô anterior; e
4. ausência de vencimentos pivôs, o que implica a formação de bloco único.

Condições gerais necessárias

- Vencimentos ilíquidos só podem fazer parte de um único bloco.
- Vencimentos pivôs só podem fazer parte de dois blocos quando pertencerem à interface entre os blocos.
- O número mínimo de séries por bloco deve respeitar o número mínimo de séries necessárias para cada modelo de superfície.

Condição suficiente

- Dois pivôs garantem a quantidade mínima de séries necessárias para otimizar qualquer dos modelos adotados (VLGARCH ou VLFit).

1.2.3 Cálculo da volatilidade implícita no modelo de Black & Scholes

O cálculo da volatilidade implícita pela fórmula de Black & Scholes é conduzido por intermédio de processo iterativo que visa encontrar o valor de σ, que é a raiz da equação:

$$BS(S, K, r, q, T, \sigma) - prêmio = 0$$

onde:

BS = modelo de Black & Scholes (seção 1.1); e

$prêmio$ = prêmio de referência.

Os demais parâmetros, S, K, r, q, T, são os mesmos utilizados no cálculo do prêmio das opções.

A fim de simplificar a notação, considera-se que a função:

$$\sigma_{BS}(prêmio; S, K, r, q, T)$$

representa a solução do processo iterativo que resolve a equação acima. Os métodos da biseção ou Newton-Raphson são indicados para a implementação do processo iterativo.

2 MOEDAS

2.1 Contratos de opções sobre taxa de câmbio reais por dólar comercial

O prêmio de referência para os contratos de opções de compra e de venda é calculado pelas equações (2.1) e (2.2), respectivamente:

$$PRCALL_n = S \times e^{(-q_n T_n)} \times N(d_1) - K \times e^{(-r_n T_n)} \times N(d_2) \tag{2.1}$$

$$PRPUT_n = -S \times e^{(-q_n T_n)} \times N(-d_1) + K \times e^{(-r_n T_n)} \times N(-d_2) \tag{2.2}$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r_n - q_n + \frac{\sigma^2}{2}\right) T_n}{\sigma\sqrt{T_n}} \tag{2.3}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r_n - q_n - \frac{\sigma^2}{2}\right) T_n}{\sigma\sqrt{T_n}} \tag{2.4}$$

S = preço de fechamento do ativo-objeto da opção, dólar cupom limpo (veja o Manual de Apreçamento da B3 – Contratos Futuros);

r_n = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual, correspondente ao vencimento n e calculada pela equação (2.5);

q_n = taxa de juro estrangeira em regime exponencial referente a moeda que é ativo-objeto da opção. Trata-se de taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual, referente ao vencimento n e calculada pela equação (2.6);

T_n = prazo de vencimento, em anos do calendário, pertinente à praça em questão, ou seja:

$$T_n = \frac{DU_n}{252}$$

sendo DU_n o número de dias de saque, entre a data de cálculo e a data de vencimento do vencimento interpolado n;

K = preço de exercício da opção; e

σ = volatilidade para a opção, calculada conforme a seção 2.2.

Cálculo da taxa de juro exponencial

$$r_n = \ln(1 + TPre_{DI1}^{n}) \tag{2.5}$$

onde:

$TPre_{DI1}^{n}$ = taxa prefixada para o vencimento n, calculada por meio da interpolação exponencial dos preços de ajuste do contrato futuro de taxa média de DI de um dia (DI1) (veja o Manual de Apreçamento da B3 – Contratos Futuros).

Cálculo da taxa de juro estrangeira exponencial

$$q_n = \frac{252}{DU_n} \ln\left(1 + TPre_{DDI}^{n} \cdot \frac{DC_n}{360}\right) \tag{2.6}$$

onde:

$TPre_{DDI}^{n}$ = taxa prefixada para o vencimento n, cupom cambial limpo calculada por meio da interpolação exponencial dos preços de ajuste do contrato futuro cupom cambial (veja o Manual de Apreçamento da B3 – Contratos Futuros).

DU_n o número de dias de saque, entre a data de cálculo e a data de vencimento do vencimento interpolado n;

DC_n o número de dias corridos, entre a data de cálculo e a data de vencimento do vencimento interpolado n;

Prêmio de referência no último dia de negociação

O prêmio de referência para os contratos de opções de compra e de venda é calculado pelas equações (2.9) e (2.8), respectivamente:

$$PRCALL_n = Máximo[S - K; 0] \tag{2.7}$$

$$PRPUT_n = Máximo[K - S; 0] \tag{2.8}$$

onde:

S = taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos da América, de acordo com a PTAX800, cotação de venda, divulgada pelo Banco Central do Brasil na data correspondente ao último dia de negociação, ou no dia útil anterior ao vencimento da opção, caso essa data não corresponda a um dia de negociação;

K = preço de exercício da opção; e

Prêmio de referência na data de vencimento

O prêmio de referência para os contratos de opções de compra e de venda é calculado pelas equações (2.9) e (2.8), respectivamente, considerando a taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos da América do dia útil anterior (de acordo com a PTAX800, cotação de venda, divulgada pelo Banco Central do Brasil na data correspondente ao dia útil anterior à data de vencimento.

2.2 Cálculo da volatilidade para opções sobre taxa de câmbio reais por dólar comercial

A volatilidade para as opções sobre taxa de câmbio reais por dólar comercial será computada a partir da parametrização SVI (de *Stochastic Volatility Inspired*).

A formulação para a parametrização SVI é dada por:

$$var(x) = \sigma_{BS}^2 = a + b\left\{\rho(x-m) + \sqrt{(x-m)^2 + \sigma^2}\right\} \tag{2.9}$$

onde σ_{BS} é a volatilidade implícita utilizada nas equações (2.1) e (2.2), $x = \ln(K/F_n)$, com K sendo o preço de exercício e F_n, o futuro do ativo subjacente referente ao vencimento n. Para o dólar comercial o futuro pode ser calculado como:

$$F = S\exp[(r_n - q_n)T_n]$$

Os parâmetros da equação (2.9) são estimados mediante a minimização da função objetivo com os dados obtidos na coleta (para detalhes sobre a coleta ver seção 4):

$$f_{obj} = \sum_{i=1}^{N}(f_i - y_i)^2$$

onde:

N = quantidade de volatilidades obtidas na coleta;

f_i = função do modelo adotado no ajuste, formulação da parametrização SVI;

y_i = volatilidades implícitas obtidas na coleta;

2.3 Ajuste da volatilidade para opções sobre dólar comercial

Nas opções sobre dólar, a taxa de câmbio de liquidação é determinada no dia útil anterior à data de vencimento (PTAX de $t-1$), fazendo com que exista um dia sem volatilidade, quando se considera a data de vencimento do contrato.

Uma vez que a expressão para o cálculo do prêmio de referência utilizada pela Bolsa considera a data de liquidação também como um dia útil, faz-se necessário ajustar a superfície de volatilidade.

Considerando que as informações encaminhadas pelas corretoras para a B3, utilizadas como insumo para a publicação da superfície de referência, não consideram o último dia de volatilidade, o ajuste efetuado na volatilidade é dado pela expressão:

$$\sigma^2_{Bolsa,i,j} = \sigma^2_{Corretora,i,j} \cdot \frac{DU_j}{DU_j + 1}$$

onde os índices i e j referem-se, respectivamente, a cada Delta e a cada vencimento das superfícies do informante ($\sigma_{Corretora}$) e da publicada pela B3 (σ_{Bolsa}) .

3 JUROS

3.1 Contratos de opções sobre IDI

O prêmio de referência para os contratos de opções de compra e de venda é calculado pelas equações (3.1) e (3.2), respectivamente:

$$PRCALL_n = e^{(-r_n T_n)} \times [S \times N(d_1) - K \times N(d_2)] \tag{3.1}$$

$$PRPUT_n = e^{(-r_n T_n)} \times [-S \times N(-d_1) + K \times N(-d_2)] \tag{3.2}$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) T_n}{\sigma\sqrt{T_n}} \tag{3.3}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) - \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) T_n}{\sigma\sqrt{T_n}} \tag{3.4}$$

r_n = taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual, correspondente ao vencimento n e calculada pela equação (3.5);

T_n = prazo de vencimento, em anos do calendário, pertinente à praça em questão, ou seja:

$$T_n = \frac{DU_n}{252}$$

sendo DU_n o número de dias de saque, entre a data de cálculo e a data de vencimento do vencimento interpolado n;

S = preço de fechamento do ativo-objeto da opção, para esta opção o preço de fechamento é o valor do IDI à termo calculado a partir da taxa pré-fixada referente ao vencimento n (referente ao vencimento da opção) da estrutura a termo de taxas de juro obtida dos contratos futuros de taxa média de DI de um dia (DI1).

$$S = IDI_0 \times (1 + r_n)^{T_n}$$

K = preço de exercício da opção; e

σ = volatilidade para a opção, calculada conforme a seção **Erro! Fonte de referência não encontrada.**.

Cálculo da taxa de juro exponencial

$$r_n = \ln(1 + TPre_{DI1}^{n}) \qquad (3.5)$$

onde:

$TPre_{DI1}^{n}$ = taxa prefixada para o vencimento n, calculada por meio da interpolação exponencial dos preços de ajuste do contrato futuro de taxa média de DI de um dia (DI1) (veja o Manual de Apreçamento da B3 – Contratos Futuros).

3.2 Contratos de opções sobre Futuro de DI1

O prêmio de referência para os contratos de opções de compra e de venda é calculado pelas equações (3.6) e (3.7), respectivamente:

$$PRCALL_n = \delta \times [S' \times N(d_1) - K' \times N(d_2)] \qquad (3.6)$$

$$PRPUT_n = \delta \times [-S' \times N(-d_1) + K' \times N(-d_2)] \qquad (3.7)$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S'}{K'}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) T_{C,n}^{DC}}{\sigma\sqrt{T_{C,n}^{DC}}} \qquad (3.8)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S'}{K'}\right) - \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) T_{C,n}^{DC}}{\sigma\sqrt{T_{C,n}^{DC}}} \qquad (3.9)$$

$$K' = \left((1+K)^{T_{L,n}^{DU} - T_{C,n}^{DU}} - 1\right) \times \frac{1}{T_{L,n}^{DC} - T_{C,n}^{DC}}$$

$$S' = \left(\frac{PU_C}{PU_L} - 1\right) \times \frac{1}{T_{L,n}^{DC} - T_{C,n}^{DC}}$$

$$\delta = PU_L \times \frac{T_{L,n}^{DC} - T_{C,n}^{DC}}{1 + K'(T_{L,n}^{DC} - T_{C,n}^{DC})}$$

PU_L = preço de ajuste do contrato futuro de taxa média de DI de um dia (DI1) com vencimento do ativo objeto da opção;

PU_C = preço de ajuste do contrato futuro de taxa média de DI de um dia (DI1) com vencimento da opção;

K = preço de exercício da opção, taxa de juro exponencial, em regime contínuo e base anual;

$T_{L,n}^{DC}$, $T_{C,n}^{DC}$ = prazos referentes ao PU_L e PU_C, respectivamente, em anos e dias corridos;

$T_{L,n}^{DU}$, $T_{C,n}^{DU}$ = prazos referentes ao PU_L e PU_C, respectivamente, em anos do calendário, pertinente à praça em questão, ou seja:

$$T_{L,n}^{DU} = \frac{DU_{L,n}}{252} \text{ e } T_{C,n}^{DU} = \frac{DU_{C,n}}{252}$$

sendo $DU_{L,n}$ e $DU_{C,n}$ o número de dias de saque, entre a data de cálculo e a data de vencimento n;

σ = volatilidade para a opção, calculada conforme a seção 3.3.

3.3 Cálculo da volatilidade para opções sobre Futuro de DI1

A volatilidade para as opções sobre DI1 serão computadas a partir da parametrização SABR.

A fórmula usada para a parametrização SABR é a seguinte:

$$\sigma_{BS}(S,K) = \frac{\alpha}{(SK)^{\frac{1-\beta}{2}}\left(1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} ln\left(\frac{S}{K}\right)^2 + \frac{(1-\beta)^4}{1920} ln\left(\frac{S}{K}\right)^4\right)} \frac{z}{x(z)}$$

$$\times\left(1 + \left(\frac{(1-\beta)^2}{24}\frac{\alpha^2}{(SK)^{1-\beta}} + \frac{1}{4}\frac{\rho\beta\upsilon\alpha}{(SK)^{\frac{1-\beta}{2}}} + \frac{2-3\rho^2}{24}\upsilon^2\right)(T)\right)$$

Onde:

σ_{BS} = Volatilidade implícita ao modelo de Black-Scholes;

K = Preço de exercício;

S = preço de fechamento do ativo-objeto da opção;

$z = \frac{v}{\alpha}(SK)^{\frac{1-\beta}{2}} ln\left(\frac{S}{K}\right);$

$x(z) = ln\left(\frac{\left(\sqrt{1-2\rho z+z^2}\right)+z-\rho}{1-\rho}\right);$

Os parâmetros da equação de parametrização SABR são estimados mediante a minimização da função objetivo com os dados obtidos na coleta (para detalhes sobre a coleta ver seção 4):

$$f_{obj} = \sum_{i=1}^{N}(f_i - y_i)^2$$

onde:

N = quantidade de volatilidades obtidas na coleta;

f_i = função do modelo adotado no ajuste, formulação da parametrização SABR;

y_i = volatilidades implícitas obtidas na coleta;

3.4 Contratos de opções de COPOM

O prêmio de referência para os contratos de opções de Copom obedece a uma sequência preferencial de procedimentos. Caso não seja possível aplicar o primeiro procedimento, o segundo será adotado, e assim sucessivamente, até que o prêmio seja determinado. Os procedimentos envolvem as seguintes definições e condições.

Call eletrônico de fechamento é um dispositivo, que ocorre no final do pregão, utilizado para definir um único preço para todos os negócios ocorridos no call, mesmo que as ofertas possam ter preços distintos.

Negócios válidos são os negócios da série que atendam às condições:

1. ocorram no call eletrônico de fechamento;

2. quantidade mínima igual ou superior ao limite de quantidade estabelecido para o vencimento em questão;

Oferta válida é a oferta, do call eletrônico de fechamento, que atenda às seguintes condições:

1. presença no final do call;
2. exposição mínima de 30 segundos; e
3. quantidade mínima igual ou superior ao limite de quantidade estabelecido para o vencimento em questão.

Na existência de mais de uma oferta válida de compra/venda, será considerada a oferta de maior valor para a oferta de compra e a de menor valor para a oferta de venda, entre as ofertas válidas.

Spread de ofertas válido. É a diferença entre o preço da melhor oferta válida de compra e o preço da melhor oferta válida de venda e que seja igual ou inferior ao limite estabelecido para o vencimento em questão.

O procedimento para a determinação do prêmio de cada série é

P1. O prêmio é o preço estabelecido no call eletrônico de fechamento do vencimento em questão a partir dos negócios válidos.

P2. Caso não seja possível aplicar o procedimento P1, o prêmio da série em questão é a média aritmética entre os preços das ofertas válidas de compra e de venda, com spread de ofertas válido, para esse vencimento.

P3. Caso não seja possível aplicar o procedimento P2, o prêmio da série em questão é dado pela média dos prêmios obtidos por coleta de informantes desde que o número de informantes seja superior ao mínimo definido para o vencimento.

P4. Caso não seja possível aplicar o procedimento P3, o prêmio da série é dado pela média dos negócios do dia ponderada pela quantidade de contratos desde que o número total de contratos supere a quantidade mínima definida para prêmio válido no call.

P5. O prêmio é dado pelo modelo teórico apresentado na sequência.

Observa-se que em caso de que as probabilidades implícitas nos prêmios de um vencimento definidos pelo P1 e P2 somem um valor total acima de 1, esses prêmios serão mantidos sem sofrer ajustes. Por outro lado, caso as probabilidades obtidas pelo P3 ou pelo P4 não totalizem 1, elas serão ajustadas para somar 1. O ajuste é feito somente nas probabilidades obtidas pelo P3 ou P4 dividindo cada uma pelo valor da soma das probabilidades de todos os strikes definidas por esses procedimentos.

O prêmio definido pelo P3, P4 e P5 respeitam as ofertas válidas do call de fechamento.

Modelo teórico

A opção de Copom é do tipo *cash-or-nothing* cujo preço de exercício é a variação da Selic Meta divulgada na reunião do Copom na data n denotada por $\Delta SELIC_n$. Se o preço de exercício for igual à $\Delta SELIC_n$ a opção dá exercício, caso contrário expira sem valor. Considerando o valor nominal *N*, o prêmio é

$$PR_n = e^{(-n\, r_n)} N\, p_n(\mathrm{K})$$

sendo

$r_n = \ln(1 + Pre_{DI1}^{n})$ e Pre_{DI1}^{Tn} a taxa prefixada para o vencimento n, calculada por meio da interpolação exponencial dos preços de ajuste do contrato futuro de taxa média de DI de um dia (DI1) (veja o Manual de Apreçamento da B3 – Contratos Futuros);

$p_n(K)$ a probabilidade da opção dar exercício, ou seja, a probabilidade de $\Delta SELIC_n = K$.

Logo o modelo de apreçamento visa estimar as probabilidades de exercício de cada *strike K.* A estimação é baseada nas expectativas das decisões do

Copom implícitas nas opções de IDI pois o IDI acumula a taxa CDI diária, sendo assim, a evolução do IDI é influenciada pelas decisões do Copom. Por isso o modelo tem as seguintes premissas.

Hipótese 1: Apenas a reunião do Copom provoca mudanças significativas no nível da taxa CDI.

Hipótese 2: As opções de IDI com vencimento em T carregam expectativas das decisões do Copom que acontecem em $n < T$.

O modelo é apresentado considerando diferentes casos entre as datas das reuniões do Copom e os vencimentos listados para negociação das opções de IDI. Para simplificar a notação os vencimentos das opções de IDI são denotados por T e os vencimentos das opções de copom por t onde $t = n$ representa a n-ésima reunião. Os strikes das opções de IDI são denotados por K_s e os das opções de copom por $o_{i,t}$. Com o objetivo de simplificar a notação, a metodologia é mostrada com opções de tipo call, porém na prática são usadas opções call quando o $K_s > IDIe^{(-T\, r_T)}$, caso contrário é usada uma put para esse strike.

Caso 1. O vencimento da opção de IDI é posterior à primeira reunião e anterior à segunda

Na data após a primeira reunião o valor para a taxa de juros é $r_i = r + o_{i,1}$, para cada possível decisão do Copom $o_{i,1}$. Logo, os IDIs para o vencimento em T são dados por

$$IDI_i(T) = IDI(1+r)^{t_1}\left(1 + r + o_{i,1}\right)^{(T-t_1)}$$

O prêmio da opção de IDI é

$$Call(K_s) = E\left[e^{(-T\, r_T)}\left(\text{máx}(IDI(T) - K_s, 0)\right)\right] \qquad (3.10)$$

onde o valor da $Call(K_s)$ é obtido pela equação (3.1). Por outro lado, no contexto discreto e pelas hipóteses estabelecidas, o prêmio pode ser obtido como

$E\left[e^{(-T\ r_T)}\left(\text{máx}(IDI(T) - K_s, 0)\right)\right] = \sum_i e^{(-T\ r_i)} \max(IDI_i(T) - K_s, 0)\, p_{i,1}\left(o_{i,1}\right)$ (3.11)

sendo $p_{i,1}\left(o_{i,1}\right)$ a probabilidade do Copom decidir $o_{i,1}$.

As probabilidades são aquelas que melhor aproximam o prêmio calculado pelo modelo discreto, equação (3.11), ao prêmio do modelo contínuo, equação (3.10). Por tanto as probabilidades são obtidas da resolução do problema otimização com restrições dado por (3.12)

$$min \sum_s \left(Call(K_s) - \sum_i e^{(-T\ r_i)} \max(IDI_i(T) - K_s, 0)\, p_{i,1}\left(o_{i,1}\right) \right)^2 \qquad (3.12)$$

sujeito a

$$\begin{cases} p_{i,1} \geq 0 \\ \sum_i p_{i,1} = 1 \end{cases}$$

Caso algumas das probabilidades tenham sido definidas nos passos anteriores (P1, P2 ou P3), esses valores devem ser inseridos no problema (3.12) e nas restrições correspondentes e deixam de ser variáveis a serem estimadas.

Os strikes K_s são escolhidos dentre os strikes delta 99 e delta 1 de forma tal que para nenhum cenário o payoff $\max(IDI_i(T) - K_s, 0)$ seja nulo.

Caso 2. O vencimento da opção de IDI é posterior à segunda reunião

Aqui é usado o mesmo racional empregado no caso anterior porém devem ser consideradas as combinações das possíveis decisões das duas reuniões, ou seja, após a segunda reunião o valor para a taxa de juros é $r + o_{i,1} + o_{k,2}$. Logo, os IDIs para o vencimento de opções em T são dados por

$$IDI_{i,k}(T) = IDI(1 + r)^{t_1}\left(1 + r + o_{i,1}\right)^{(t_2 - t_1)}\left(1 + r + o_{i,1} + o_{k,2}\right)^{(T - t_2)}$$

Nesse caso são estimadas probabilidades conjuntas $p_{i,k} = p\left(o_{i,1}\ e\ o_{k,2}\right)$ construindo um problema de otimização análogo ao (3.12).

A partir da solução do problema de otimização, cada probabilidade da segunda reunião, $p_{k,2}$, é definida por

$$p_{k,2} = \sum_{i} p_{i,k}$$

Se esse vencimento de IDI for o único listado após a primeira reunião, as probabilidades da primeira reunião, $p_{i,1}$, também devem ser estimadas nesse momento

$$p_{i,1} = \sum_{k} p_{i,k}$$

No caso em que as probabilidades da primeira reunião já tenham sido estimadas por outro vencimento de IDI, o problema de minimização deve incluir a seguinte igualdade para cada i

$$\sum_{k} p_{i,k} = p_{i,1}^{*}$$

sendo $p_{i,1}^{*}$ a probabilidade já estimada para o strike $o_{i,1}$. A mesma restrição deve ser inserida se a probabilidade foi obtida pelo P1, P2 ou P3.

De forma similar, se tiver probabilidades da segunda reunião definidas pelo P1, P2 ou P3, para cada probabilidade $p_{k,2}$ com valor já conhecido $p_{k,2}^{*}$, deve ser inserida na otimização a restrição

$$\sum_{i} p_{i,k} = p_{k,2}^{*}$$

Caso 3. Terceira reunião em diante

Para estimar as probabilidades de mais vencimentos de opção de copom é usada a construção do caso anterior combinando de forma consecutiva as possíveis decisões das diferentes reuniões.

Caso as informações das opções de IDI façam com que o modelo teórico não convirja para uma solução coerente com o cenário macro econômico, as probabilidades serão determinadas por um ajuste uniforme sobre as probabilidades do dia anterior conforme descrito na sequência. Quando não houver informação no dia anterior será usada a distribuição uniforme, ou seja, cada probabilidade será $(número\ de\ strikes\ )^{-1}$.

Denota-se por $p_{i,k}$ as probabilidades dos strikes que tiveram informação pelo P1, P2, P3 ou P4, por $p_{j,k}$ as probabilidades que precisam ser calculadas e por $\bar{p}_{j,k}$ as probabilidades do dia anterior dos strikes que precisam ser calculados. Definindo o fator de uniformização por

$$\alpha_k = \frac{1 - \sum p_{i,k}}{\sum \bar{p}_{j,k}}$$

as probabilidades são definidas como $p_{j,k} = \alpha_k\, \bar{p}_{j,k}$.

4 CRITÉRIOS PARA COLETA DE DADOS DE VOLATILIDADE IMPLÍCITA PARA OPÇÕES DE MOEDAS E JUROS

As opções sobre dólar comercial, IDI e DI1 utilizam-se de coletas de superfícies de volatilidades implícitas enviadas pelas corretoras que fazem parte do *pool* de informantes (corretoras com maior atuação no mercado em avaliação).

De forma a garantir a qualidade das informações utilizadas na construção da superfície de volatilidade, o processo de geração dela considera os critérios abaixo como filtro para utilização dos dados encaminhados pelos informantes:

1. Critérios de não arbitragem: visam assegurar que os dados utilizados são livres de arbitragem, ou seja, as informações que não atendem ao presente critério não são consideradas na construção da superfície de referência. Esse critério é também utilizado na validação final da superfície de volatilidade de referência publicada pela B3;

2. Critérios estatísticos: considerando que o conjunto de informantes representa a atividade de negociação e que as informações enviadas representam os dados Mid (sem spreads de compra e venda), esse critério visa excluir da amostra aquelas informações atípicas, para um dado nível de significância.

Uma vez que os dados dos informantes são avaliados e filtrados, é aplicado um ajuste a cada *smile*, segundo uma parametrização que atenda aos critérios de não arbitragem mencionados acima.

4.1 Critérios de não arbitragem para superfície de volatilidade implícita

Os principais critérios de não arbitragem avaliados para os dados de volatilidade implícita são os seguintes, para uma opção de compra:

I) O preço de uma opção de compra é decrescente com o preço de exercício:

$$\frac{\partial C}{\partial K} < 0$$

II) O preço de uma opção de compra é crescente com prazo de vencimento:

$$\frac{\partial C}{\partial T} > 0$$

III) A convexidade do prêmio de opções de compra em função do preço de exercício deve ser positiva, o que impede a compra de *butterflies* a custo zero ou até mesmo com fluxo de caixa positivo:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial K^2} \geq 0$$

IV) Por fim, em caso de necessidade de extrapolação, temos as seguintes condições para $K \to 0$ e $K \to \infty$, onde X_0 é valor do ativo subjacente à opção em t_0:

$$\lim_{K \to 0} C = X_0$$
$$\lim_{K \to \infty} C = 0$$

Para aplicar os critérios de I a III, são determinados os preços de exercício relativos a cada vértice da superfície de cada informante.

4.2 Critérios estatísticos relativos aos dados de informantes

Em cada dia de negociação é realizado um levantamento de dados de superfície de volatilidade implícita, fornecidos por diferentes informantes. Dado que estas informações são relativas ao prêmio de opções negociadas em um mesmo mercado, espera-se que não haja grande dispersão entre eles. Desta forma, avaliamos a inserção de cada dado informado (σ_i) em relação a um intervalo de confiança (I.C.) determinado pela média aritmética ($\bar{\sigma}$) obtida:

$$\bar{\sigma} - t(I.C., N-1)\frac{s}{\sqrt{N}} < \sigma_i < \bar{\sigma} + t(I.C., N-1)\frac{s}{\sqrt{N}}$$

onde s é o desvio-padrão da amostra de informantes e t determina o fator multiplicativo levando em conta o tamanho da amostra por meio da distribuição t-student.

4.3 Critérios estatísticos relativos às estratégias negociadas para opções de IDI

Devido às características do mercado de opções sobre IDI, especialmente ao fato da liquidez estar concentrada nas estratégias (por exemplo, call spread, put spread e butterfly), a apuração das volatilidades destas opções pode produzir divergências entre os preços das estratégias calculados com base nos dados coletados e os preços negociados.

Com o objetivo de reduzir estas divergências é realizada uma análise estatística das estratégias marcadas com as volatilidades obtidas nas coletas. Diariamente é realizada uma coleta das operações negociadas com as opções de IDI, tanto estratégias quanto opções individuais. Estas operações são apreçadas com cada uma das superfícies de volatilidades coletadas. Para cada operação (estratégia ou opção individual) forma-se uma amostra com os preços calculados e é avaliada a presença de outliers. Se houver um informante discrepante com os outros, o informante é desconsiderado no ajuste do modelo para o vencimento em questão

Adicionalmente, apesar da coleta diária realizada junto aos informantes de estratégias, o estoque de estratégias também é analisado objetivando a qualidade de formação de preços para as estratégias que eventualmente estão em aberto.

Para cada série, assim como para cada estratégia, obtém-se o valor do prêmio calculado com a média das volatilidades informadas. As volatilidades informadas são utilizadas no ajuste do modelo, dessa forma, o modelo é comparado contra esta média com o objetivo de avaliar possível viés introduzido no ajuste do modelo.

Ao mesmo tempo, como os prêmios das opções de IDI são muito sensíveis às interpolações de volatilidade por delta, para os vencimentos com maior liquidez é extraída a volatilidade implícita dos prêmios por strike informados pelo pool de informantes. A partir dessa estrutura de volatilidade é obtida uma outra superfície de volatilidade por delta padronizado para cada informante e são calculados os respectivos prêmios das estratégias negociadas. Finalmente é escolhida, para cada informante, a superfície que traz maior aderência aos prêmios informados. Nota-se que a extração da superfície de volatilidade a partir dos prêmios considera os prêmios das calls para delta acima de 50% e das puts para os restantes, os strikes entre os deltas 0,5% e 99,95% e os strikes com prêmio superior ao valor intrínseco.

5 UTILITÁRIOS PARA CÁLCULOS COM OPÇÕES

Para encontrar as volatilidades para cada série de opção é necessário converter os *smiles* de volatilidade em delta para *smiles* de volatilidade em *strike* e interpolar esta curva no preço de exercício de cada série de opção.

5.1 Conversão do Delta em *Strike*

Para uma opção de compra temos $\Delta_F = N(d_1)$ e assim a fórmula do *strike* a partir do *delta* é

$$K = \exp\left[\frac{\sigma^2}{2}T - N^{-1}(\Delta_F)\sigma\sqrt{T}\right] \cdot A$$

Onde N^{-1} é a inversa da função normal cumulativa e A é função de S_0, r_1 e r_2 e é definido de acordo com o ativo objeto da opção, da seguinte forma:

- Opções sobre dólar à vista: A é o preço de ajuste do futuro de dólar com o mesmo vencimento da opção, caso o vencimento da opção coincida com o vencimento de um contrato futuro. Se não houver contrato futuro com o mesmo vencimento da opção, A é o valor obtido pela fórmula (2.1) do Manual de apreçamento de contratos futuros;
- Opções sobre índice IBOVESPA: A é o preço de ajuste do futuro de índice com o mesmo vencimento da opção;
- Opções sobre IDI: A é o valor do indicador econômico IDI-09 à vista composto pela taxa de juros pré-fixados da curva de contratos de DI1 pelo prazo até o vencimento da opção;
- Opções sobre FRA de DI: A é o valor da taxa de juros forward do FRA que é ativo objeto da opção.

5.2 Interpolação do *smile* de volatilidade

Os modelos de interpolação usados para obter a volatilidade de cada strike autorizado a negociação são *spline* cúbico monótono e exponencial.

A fórmula da interpolação exponencial é

$$\sigma_i = \sigma_a \cdot \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_a}\right)^{\frac{K_i - K_a}{K_p - K_a}}$$

e o modelo de interpolação spline cúbico é

$$\sigma_i = \sigma_a \cdot h_{00}(K_i^*) + \left(K_p - K_a\right) \cdot m_a \cdot h_{10}(K_i^*) + \sigma_p \cdot h_{01}(K_i^*)$$

$$+(K_p - K_a) \cdot m_p \cdot h_{11}(K_i^*)$$

onde σ_i é a volatilidade da série de opção i e K_i o preço de exercício da série. K_p e K_a são vértices da curva de *smile* de volatilidade em *strike* e representam os *strikes* posterior e anterior ao preço de exercício K_i. σ_p e σ_a são as volatilidades referentes aos vértices K_p e K_a e

- $K_i^* = \frac{K_i - K_a}{K_p - K_a}$;
- $h_{00}(x) = (1 + 2x)(1 - x)^2$;
- $h_{10}(x) = x(1 - x)^2$;
- $h_{01}(x) = (3 - 2x)x^2$;
- $h_{11}(x) = (x - 1)x^2$.

Para a definição das tangentes m_a e m_p são aplicados os passos na sequência denotando o número de pontos com informação $i = 1, \ldots, n$.

1. Calcula-se $\Delta_i = \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{K_{i+1} - K_i}$ para $i = 1, \ldots, n - 1$.
2. Define-se $m_1 = \Delta_1$, $m_n = \Delta_{n-1}$ e $m_i = \frac{\Delta_{i-1} + \Delta_i}{2}$ se o sinal de $\Delta_{i-1} e\ \Delta_i$ for o mesmo e se ambos forem não nulos e $m_i = 0$ se o sinal for diferente ou algum for nulo para $i = 2, \ldots, n - 1$.
3. Aplicar esse passo para $m_i \neq 0$. Definir $\alpha_i = \frac{m_i}{\Delta_i}$ e $\beta_i = \frac{m_{i+1}}{\Delta_i}$ e avaliar a comportamento monotônico: Se alguma das condições a seguir não for satisfeita
   a. $\alpha_i + \beta_i - 2 \leq 0$;
   b. $\alpha_i + \beta_i - 2 > 0\ e\ 2\alpha_i + \beta_i - 3 \leq 0$;

c. $\alpha_i + \beta_i - 2 > 0 \ e \ \alpha_i + 2\beta_i - 3 \leq 0$;

d. $\alpha_i - \frac{1}{3}\frac{(2\alpha_i+\beta_i-3)^2}{(\alpha_i+\beta_i-2)} \geq 0$

então redefinir $m_i = \alpha_i \Delta_i \frac{3}{\sqrt{\alpha_i{}^2+\beta_i{}^2}}$ e $m_{i+1} = \beta_i \Delta_i \frac{3}{\sqrt{\alpha_i{}^2+\beta_i{}^2}}$.

5.3 Interpolação temporal na ausência de informações na coleta

Quando não houver volatilidade informada para um vencimento T, ela será obtida seguindo um dos métodos dados na sequência, dependendo da informação disponível.

5.3.1 O vencimento T encontra-se entre dois vencimentos com informação

Nesse caso é aplicada uma interpolação linear sobre a variância para assegurar o comportamento crescente dela. Para cada vencimento T e cada Δ a variância total da volatilidade $\sigma(\Delta)$ é dada pela equação (5.1)

$$V_T(\Delta) = \sigma_T^2(\Delta)T \qquad (5.5)$$

A interpolação é realizada para cada Δ do *smile* como segue

$$\sigma_T(\Delta) = \sqrt{\left(V_{T_a}(\Delta) + \frac{V_{T_p}(\Delta) - V_{T_a}(\Delta)}{T_p - T_a}(T - T_a)\right)T^{-1}} \qquad (5.2)$$

sendo

T: dias úteis do vencimento a ser calculado;

T_a: dias úteis do vencimento imediatamente anterior ao vencimento a ser calculado;

T_p: dias úteis do vencimento imediatamente posterior ao vencimento a ser calculado;

$\sigma_T(\Delta)$: volatilidade no Δ para o vencimento T.

5.3.2 O vencimento T é anterior aos vencimentos com informação

Nesse caso, o *smile* é obtido por uma combinação da volatilidade instantânea do modelo Garch e a volatilidade que possui informação da coleta. Primeiro estima-se a volatilidade instantânea $\hat{\sigma}$ via o modelo Garch(1,1)

$$\hat{\sigma}^2(t+1) = \omega + \alpha r^2(t) + \beta\hat{\sigma}^2(t)$$

Onde r denota o log retorno do ativo objeto da opção considerando o valor de fechamento do dia do cálculo: para as opções de dólar será usado o dólar cupom limpo e para as opções de DI1 será usada a taxa FRA correspondente.

Segundo passo, a volatilidade anualizada $\hat{\sigma}\sqrt{252}$ e o prazo de 1 dia é utilizado na interpolação linear (5.2) como informação do vencimento anterior para obter $\sigma_T(50)$, nessa interpolação o vencimento posterior é o primeiro vencimento informado na coleta. Com essa volatilidade ATM é calculado o prêmio entre a volatilidade ATM estimada e a volatilidade ATM do primeiro vencimento informado

$$prêmio = \frac{\sigma_T(50)}{\sigma_{T_*}(50)}$$

sendo T_* o primeiro vencimento informado na coleta.

Terceiro passo, aplica-se o prêmio do *smile* do primeiro vencimento para obter o *smile* completo do vencimento T, ou seja, $\sigma_T(\Delta) = prêmio * \sigma_{T_*}(\Delta)$.

5.3.3 O vencimento T é posterior aos vencimentos com informação

Nesse caso, é utilizada a equação (5.3)

$$\sigma_T(\Delta) = \sigma_{T_*}(\Delta) \times premio \tag{5.3}$$

sendo

$\sigma_{T_*}(\Delta)$: volatilidade do vencimento mais longo encaminhado pelos informantes.

$premio$: razão entre as volatilidades garch para os prazos T (maturidade a ser extrapolada) e T_* (maturidade mais longa com informação encaminhada pelos informantes).

$$premio = \frac{\sigma_T(50)}{\sigma_{T_*}(50)}$$

Com $\sigma_T(50) = \sqrt{252\, V(T)}$, sendo

$$V(T) = V_L + \frac{1 - \exp(-aT \cdot 252)}{aT \cdot 252}\left(\hat{\sigma}^2(t+1) - V_L\right) \tag{5.4}$$

$$\mathrm{V_L} = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta}$$

$$a = \ln \frac{1}{\alpha + \beta}$$

onde:

T = prazo referente ao vencimento da opção, em dias úteis;

α, β e ω = coeficientes do modelo GARCH(1,1);

$\hat{\sigma}^2(t+1)$ = variância instantânea, calculada segundo a fórmula da volatilidade autoregressiva do modelo GARCH(1,1).

$r(t)$ = último instante da série de retornos (calculado com o fechamento do dia);

$\hat{\sigma}^2(t)$ = estimador de variância autoregressivo obtido da aplicação da fórmula acima a série de retornos e considerando a variância amostral como a variância na origem $\hat{\sigma}^2(t-N-1)$, para uma série de retornos de comprimento N.

5.3.4 Não há nenhum vencimento informado

Nesse caso, o primeiro passo é calcular a volatilidade σ_T conforme a estrutura temporal do modelo Garch (1,1) apresentado na seção anterior, equação (5.4). Também é estimada a assimetria e curtoses amostral.

O segundo passo consiste em completar o *smile*, a abordagem seguida é similar à utilizada para as opções de renda variável. Neste caso são definidos diferentes strikes que abrangem todos os deltas possíveis. Para esses strikes e utilizando a volatilidade σ_T, obtida no passo anterior, é calculado o prêmio via a fórmula de Corrado e Su da seção 1.2.1.1. Com esses prêmios é calculada a volatilidade implícita via a fórmula de apreçamento do tipo de opção em questão e associada ao Δ correspondente.

O terceiro passo consiste em ajustar um spline cúbico aos dados do passo anterior para obter, via interpolação, a volatilidade nos deltas padronizados.

5.4 Tratamento de *outliers*

Os cálculos que envolvem utilização de série de dados históricos passam por um filtro de outliers, esse filtro é tanto quantitativo quanto qualitativo.
O filtro quantitativo ajusta uma distribuição t-Student aos dados e identifica como outliers os retornos que superem o intervalo de confiança de nível 96%. Esse nível representa a tolerância de 1 evento extremo no ano.
Especificamente, são outliers os retornos fora do intervalo

$$\left(t^{-1}\left(\frac{1}{2*252}\right)*\hat{\sigma}+\mu\,,t^{-1}\left(1-\frac{1}{2*252}\right)*\hat{\sigma}+\mu\right)$$

sendo
$t^{-1}(\alpha)$ = inversa da distribuição t-Student ajustada aos dados.
$\hat{\sigma}$ = desvio padrão dos dados.
μ = média amostral dos dados.

Ao mesmo tempo, é feita uma análise qualitativa dos retornos, levando em consideração eventos macroeconômicos e notícias que impactam no mercado, com o objetivo de avaliar se o mesmo foi originado a partir de uma reprecificação do ativo com impacto limitado no padrão de volatilidade, cenário no qual o retorno é zerado na amostra.

Registro de alterações

Versão	Item modificado	Modificação	Motivo	Data
1	NA	NA	NA	14/12/2016
2	Inclusão nas seções (itens 1.2 e 1.2.2).	Diferenciar a janela de captura de dados para as opções	Complementação do Manual	01/09/2017
3	Inclusão das seções 2 a 5	Inclusão	Complementação do Manual	23/10/2017
4	Alteração na seção 3.3	Alteração	Correção de fórmula	06/08/2018
5	Alteração na seção 5	Alteração	Modificação do texto	31/08/2018
6	Inclusões na seção 5	Inclusão	Complementação do Manual	30/11/2018
7	Inclusão da seção 5.3 e 5.4	Inclusão	Nova metodologia	07/12/2018
8	Alteração da seção 4.4 e 5.2	Inclusão	Metodologias complementares	01/07/2019
9	Opção de COPOM	Inclusão	Metodologia pelo lançamento do produto	22/05/2020
10	Opção de COPOM	Inclusão	Complemento da metodologia	08/06/2020
11	Opção de COPOM	Inclusão	Complemento da metodologia	30/06/2020